

Oberstufe: Ergebnisse und ausführliche Lösungen zu den Aufgaben zum freien Fall

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	Der Stein müsste aus einer Höhe von etwa 5892 m fallen.
E2	Ergebnisse
	a) Der fallende Körper hat nach etwa 2,548 s die Geschwindigkeit $v = 25 \text{ m/s}$.
	b) Der fallende Körper hat nach etwa 1,428 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.
	c) Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.
	d) a) Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 15,432 s die Geschwindigkeit $v = 25 \text{ m/s}$ erreicht.
	b) Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 3,514 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.
	c) Auch auf dem Mond gilt: Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.
E3	Ergebnis
	Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 9,832 m fallen um mit einer Geschwindigkeit von $v = 50 \text{ km/h}$ aufzuschlagen.
E4	Ergebnis
	Der Brunnen ist etwa 18,56 m tief.
E5	Ergebnis
	Um die Geschwindigkeit 20 km/h zu erreichen, müsste der Fallschirmspringer aus einer Höhe von etwa 1,573 m herunterspringen.
E6	Ergebnisse
	a) Bis zum Boden braucht der Stein etwa 3,349 s.
	b) Der Stein wurde aus einer Höhe von etwa 30, 656 m fallen gelassen.
E7	Ergebnis
	Das Auto müsste mit einer Geschwindigkeit von etwa 71,31 km/h gegen eine Wand fahren.
E8	Ergebnis
	Beide Kugeln kommen gleichzeitig unten an, da alle Körper gleich schnell fallen.
E9	Ergebnisse
	a) Der Abstand verändert sich nicht.
	b) Der obere Apfel überholt den unteren.
E10	Ergebnis
	Auf dem Mond gibt es keine Atmosphäre, so dass der Staub sofort herunterfällt.

Ausführliche Lösungen:

A1	Aufgabe
	Aus welcher Höhe müsste ein Stein frei fallen, damit er unter Vernachlässigung des Luftwiderstandes die Schallgeschwindigkeit ($v = 340 \text{ m/s}$) erreicht?

A1	Ausführliche Lösung
	<p>Endgeschwindigkeit : $v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$</p> <p>$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ mit $v = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wird:</p> $h = \frac{\left(340 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{340^2}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \approx 5892 \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \underline{\underline{5892 \text{ m}}}$ <p>Der Stein müsste aus einer Höhe von etwa 5892 m fallen.</p>

A2	Aufgabe
	Wir betrachten einen frei fallenden Körper ohne Luftwiderstand.
	a) Nach welcher Zeit hat er die Geschwindigkeit $v = 25 \text{ m/s}$ erreicht?
	b) Nach welcher Zeit hat er den Fallweg $s = 10 \text{ m}$ zurückgelegt?
	c) Welche Werte findet man nach der jeweils doppelten Zeit?
	d) Was gilt jeweils auf dem Mond ($g_{\text{mond}} = 1,62 \text{ m/s}^2$)

A2	Ausführliche Lösungen
	<p>a)</p> <p>$v = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$ mit $v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ wird:</p> $t = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{25}{9,81} \cdot \frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{s} \cdot \text{m}} \approx \underline{\underline{2,548 \text{ s}}}$ <p>Der fallende Körper hat nach etwa 2,548 s die Geschwindigkeit $v = 25 \text{ m/s}$.</p>

A2	Ausführliche Lösungen
	<p>b)</p> <p>$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}}$ mit $s = 10 \text{ m}$ und $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gilt:</p> $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{20}{9,81} \text{ s}^2} \approx \underline{\underline{1,428 \text{ s}}}$ <p>Der fallende Körper hat nach etwa 1,428 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.</p>

A2	Ausführliche Lösungen
	<p>c) $t_2 = 2 \cdot t_1$</p> <p>$v_1 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wegen $v_1 = g \cdot t_1$ gilt:</p> <p>$v_2 = g \cdot t_2 = g \cdot 2 \cdot t_1 = 2 \cdot g \cdot t_1 = 2 \cdot v_1 = \underline{\underline{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$</p> <p>$s_1 = 10 \text{ m}$ wegen $s_1 = \frac{g}{2} \cdot t_1^2$ gilt:</p> <p>$s_2 = \frac{g}{2} \cdot t_2^2 = \frac{g}{2} \cdot (2 \cdot t_1)^2 = \frac{g}{2} \cdot 4 \cdot t_1^2 = 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot t_1^2 = 4 \cdot s_1 = \underline{\underline{40 \text{ m}}}$</p> <p>Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.</p>

A2	Ausführliche Lösungen
	<p>Alle Rechnungen sind für den Mond mit $g = 1,62 \text{ m/s}^2$ zu wiederholen.</p>
	<p>d) a) $v = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$ mit $v = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $g = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ wird:</p> <p>$t = \frac{25 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{25}{1,62} \cdot \frac{\text{m} \cdot \text{s}^2}{\text{s} \cdot \text{m}} \approx \underline{\underline{15,432 \text{ s}}}$</p> <p>Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 15,432 s die Geschwindigkeit $v = 25 \text{ m/s}$ erreicht.</p>

A2	Ausführliche Lösungen
	<p>d) b) $s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}}$ mit $s = 10 \text{ m}$ und $g = 1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gilt:</p> <p>$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \text{ m}}{1,62 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{20}{1,62} \text{ s}^2} \approx \underline{\underline{3,514 \text{ s}}}$</p> <p>Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 3,514 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.</p>

A2	Ausführliche Lösungen	
	d)	$t_2 = 2 \cdot t_1$ $v_1 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ wegen $v_1 = g \cdot t_1$ gilt: $v_2 = g \cdot t_2 = g \cdot 2 \cdot t_1 = 2 \cdot g \cdot t_1 = 2 \cdot v_1 = \underline{\underline{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ $s_1 = 10 \text{m}$ wegen $s_1 = \frac{g}{2} \cdot t_1^2$ gilt: $s_2 = \frac{g}{2} \cdot t_2^2 = \frac{g}{2} \cdot (2 \cdot t_1)^2 = \frac{g}{2} \cdot 4 \cdot t_1^2 = 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot t_1^2 = 4 \cdot s_1 = \underline{\underline{40 \text{m}}}$ Auch auf dem Mond gilt: Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.

A3	Aufgabe
	Aus welcher Höhe müsste ein Auto frei fallen, damit es 50 km/h erreicht?

A3	Ausführliche Lösung
	$v = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50000 \text{m}}{3600 \text{s}} = \frac{50 \text{m}}{3,6 \text{s}}$ und $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ mit $v = \frac{50 \text{m}}{3,6 \text{s}}$ gilt: $h = \frac{\left(\frac{50 \text{m}}{3,6 \text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 9,832 \cdot \frac{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9,832 \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = \underline{\underline{9,832 \text{m}}}$ Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 9,832 m fallen um mit einer Geschwindigkeit von $v = 50 \text{ km/h}$ aufzuschlagen.

A4	Aufgabe Um die Tiefe eines Brunnens zu bestimmen, lässt man einen Stein hineinfallen. Wie tief ist der Brunnen, wenn man den Aufschlag nach 2 s hört? Berücksichtigen Sie bei der Rechnung, dass der Schall 340 m/s zurücklegt.
----	---

A4	Ausführliche Lösung Nach $t = 2$ s hört man den Stein am Brunnenboden aufschlagen. Für die Fallbewegung gilt: (1) $h = \frac{g}{2} \cdot t_f^2$ (h :Brunnentiefe, $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$, t_f : Fallzeit) Vom Boden des Brunnens braucht der Schall die Zeit t_s , bis man ihn oben vernimmt, bis er also die Strecke h (Brunnentiefe) zurückgelegt hat. Für den Schallweg gilt: (2) $h = v \cdot t_s$ (t_s : Schallzeit, $v = 340 \frac{m}{s}$ Schallgeschwindigkeit) Die gemessene Zeit t setzt sich wie folgt zusammen: $t = t_f + t_s = 2$ s (1) und (2) werden gleichgesetzt: $\frac{g}{2} \cdot t_f^2 = v \cdot t_s$ aus $t = t_f + t_s$ folgt: $t_s = t - t_f$ also $\frac{g}{2} \cdot t_f^2 = v(t - t_f) = v \cdot t - v \cdot t_f \Rightarrow \frac{g}{2} \cdot t_f^2 + v \cdot t_f - v \cdot t = 0$ (quadratische Gleichung) auf die Normalform gebracht: $t_f^2 + \frac{2 \cdot v}{g} \cdot t_f - \frac{2 \cdot v \cdot t}{g} = 0$ Lösung mittels p - q - Formel: $p = \frac{2 \cdot v}{g}$ $q = -\frac{2 \cdot v \cdot t}{g} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}$
----	--

A4	Ausführliche Lösung
$t_{r1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} -\frac{v}{g} + \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} \\ -\frac{v}{g} - \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung} \end{array} \right.$	
$\Rightarrow t_f = -\frac{v}{g} + \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} = -\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + \sqrt{\left(\frac{340 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$	
$= -\frac{340}{9,81} \text{s} + \sqrt{\left(\frac{340}{9,81}\right)^2 \text{s}^2 + \frac{4 \cdot 340}{9,81} \text{s}^2} \approx 1,945401753 \text{ s}$	
$\Rightarrow \text{mit (1): } \boxed{h = \frac{g}{2} \cdot t_f^2} = \frac{9,81 \text{ m}}{2 \text{ s}^2} \cdot t_f^2 \approx \underline{\underline{18,56 \text{ m}}} \text{ (Brunnentiefe)}$	

A4	Ausführliche Lösung
Kontrolle: $t_s = t - t_f = 2 \text{ s} - t_f \approx 0,054598247 \text{ s}$	
$\Rightarrow \text{mit (2): } \boxed{h = v \cdot t_s} = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_s \approx \underline{\underline{18,56 \text{ m}}}$	
Der Brunnen ist also 18,56 m tief.	
Würde man die Zeit, die der Schall für den Weg nach oben benötigt, nicht berücksichtigen, dann wäre der Brunnen	
$h = \frac{9,81 \text{ m}}{2 \text{ s}^2} \cdot 4 \text{ s}^2 = 19,62 \text{ m}$ tief (Abweichung etwa 5,7 %)	

A5	Aufgabe
Fallschirmspringer landen mit einer Geschwindigkeit von etwa 20 km/h. Aus welcher Höhe müssen sich Fallschirmspringer ohne Fallschirm fallen lassen um eine solche Landung zu üben?	

A5	Ausführliche Lösung
$v = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{20000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{20 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	
$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \text{ mit } v = \frac{20 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} \text{ gilt:}$	
$h = \frac{\left(\frac{20 \text{ m}}{3,6 \text{ s}}\right)^2}{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 1,573 \cdot \frac{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,573 \cdot \frac{\text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = \underline{\underline{1,573 \text{ m}}}$	
Um die Geschwindigkeit 20 km/h zu erreichen, müsste der Fallschirmspringer aus einer Höhe von etwa 1,573 m herunterspringen.	

A6	Aufgabe
	Galilei hat angeblich Fallversuche am Schiefen Turm von Pisa ausgeführt. Der Turm ist 55 m hoch.
	a) Wie lange dauert es, bis ein oben losgelassener Stein den Boden berührt?
	b) Aus welcher Höhe wurde ein Stein losgelassen, der nach 2,5 s auf dem Boden aufschlägt?

A6	Ausführliche Lösungen
	<p>a)</p> $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \text{ mit } h = 55 \text{ m und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ wird:}$ $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 55 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{\frac{110}{9,81} \cdot \text{s}^2} \approx \underline{\underline{3,349 \text{ s}}}$ <p>Bis zum Boden braucht der Stein etwa 3,349 s.</p> <p>b)</p> $h = \frac{g}{2} \cdot t^2 \text{ und } g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ mit } t = 2,5 \text{ s wird:}$ $h = \frac{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{2} \cdot (2,5 \text{ s})^2 = \frac{9,81 \cdot 6,25}{2} \cdot \text{m} \approx \underline{\underline{30,656 \text{ m}}}$ <p>Der Stein wurde aus einer Höhe von etwa 30,656 m fallen gelassen.</p>

A7	Aufgabe
	Um die Auswirkung von Auffahrunfällen zu demonstrieren, lässt eine Versicherung ein Auto aus 20 m Höhe frei zu Boden fallen. Mit welcher Geschwindigkeit in km/h müsste dasselbe Auto stattdessen gegen eine feste Wand fahren?

A7	Ausführliche Lösung
	<p>$h = 20 \text{ m} \quad v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ mit } h = 20 \text{ m} \text{ wird:}$</p> $v = \sqrt{2 \cdot g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}} = \sqrt{2 \cdot 20 \cdot 9,81 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \approx 19,809 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}} \Rightarrow v \approx \underline{\underline{71,31 \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$ <p>Das Auto müsste mit einer Geschwindigkeit von etwa 71,31 km/h gegen eine Wand fahren.</p>

A8	Aufgabe
	Zwei verschieden große Stahlkugeln beginnen aus derselben Höhe gleichzeitig zu fallen. Kommen sie auch gleichzeitig am Boden an? Begründen Sie.
A8	Ausführliche Lösung
	Wird der Luftwiderstand nicht berücksichtigt, kommen beide Kugeln gleichzeitig unten an, da alle Körper gleich schnell fallen. Ansonsten wäre die kleine Kugel eher unten, weil sie der Luft weniger Widerstand bietet.
A9	Aufgabe
	Zwei Äpfel hängen im Abstand von 1,25 m übereinander an einem Baum.
a)	Beide Äpfel fallen gleichzeitig. Verändert sich ihr Abstand beim Fallen?
b)	Der untere Apfel beginne nun genau dann zu fallen, wenn der obere an ihm vorbeifliegt. Fallen sie ständig nebeneinander?
A9	Ausführliche Lösungen
a)	Der Abstand verändert sich nicht, da zu jedem Zeitpunkt die Geschwindigkeit beider Äpfel gleich ist.
b)	Der obere überholt den unteren, da er bei Erreichen des Apfels schon eine Geschwindigkeit hat, die sich weiterhin erhöht.
10.	Aufgabe
	Der Raketenmotor eines Raumschiffs wirbelt beim Landen auf dem Mond sehr viel Staub auf. Warum ist nach dem Abstellen des Motors die Sicht sofort wieder klar, im Gegensatz zur Landung auf der staubigen Erdoberfläche?
A10	Ausführliche Lösung
	Auf dem Mond gibt es keine Atmosphäre, so dass der Staub sofort herunterfällt.