

**Schriftliche Übung Mathematik Stochastik (für Nachschreiber)****Sa 17.12.11****SG29D****NAME:****Beachten Sie:****Der Rechenweg bzw. Begründungen für Ihre Ergebnisse müssen immer erkennbar sein!****Zu jeder Textaufgabe gehört eine Antwort!****Hilfsmittel: Taschenrechner**

1.	Eine Münze wird zweimal geworfen. Zeichnen Sie das Baumdiagramm und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
a)	A: Genau einmal Wappen.
b)	B: Mindestens einmal Wappen.
c)	C: Höchstens einmal Wappen.

A1	Ausführliche Lösung
	<p> <math>P(WW) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25</math>  <math>P(WZ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25</math>  <math>P(ZW) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25</math>  <math>P(ZZ) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25</math> </p>

A1	Ausführliche Lösung
a)	A: Genau einmal Wappen. $P(A) = P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 0,25 + 0,25 = \underline{\underline{0,5}}$

A1	Ausführliche Lösung
b)	B: Mindestens einmal Wappen. $P(B) = P(\{WW; WZ; ZW\}) = P(\{WW\}) + P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$ Oder mit dem Gegenereignis $\bar{B}$ : Keinmal Wappen: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - P(\{ZZ\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$

A1	Ausführliche Lösung
c)	C: Höchstens einmal Wappen. $P(C) = P(\{WZ; ZW; ZZ\}) = P(\{WZ\}) + P(\{ZW\}) + P(\{ZZ\}) = 3 \cdot 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$ Oder mit dem Gegenereignis $\bar{C}$ : Zweimal Wappen: $P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - P(\{WW\}) = 1 - 0,25 = \underline{\underline{0,75}}$

2.	Ein Test besteht aus vier Fragen. Zu jeder der vier Fragen gibt es drei Antworten, darunter ist nur eine Antwort richtig. Jemand geht völlig unvorbereitet in den Test und kreuzt auf Glück an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er den Test besteht, wenn mindestens drei Fragen richtig angekreuzt sein müssen.
----	--

A2	<p><b>Ausführliche Lösung</b></p> <p>Es handelt sich um einen vierstufigen Zufallsversuch (vier Fragen). Die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Antwort ist <math>\frac{1}{3}</math>, die für eine falsche <math>\frac{2}{3}</math>.</p> <p><math>P(3 \text{ Fragen richtig}) = P(\{\text{rrrr}\}) + P(\{\text{rrrf}\}) + P(\{\text{rrfr}\}) + P(\{\text{rfrf}\}) + P(\{\text{frrr}\})</math></p> <p><math>P(\{\text{rrrr}\}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4</math></p> <p><math>P(\{\text{rrrf}\}) = P(\{\text{rrfr}\}) = P(\{\text{rfrf}\}) = P(\{\text{frrr}\}) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}</math></p> <p><math>P(3 \text{ Fragen richtig}) = 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{8}{3^4} + \frac{1}{3^4} = \frac{9}{3^4} = \frac{1}{9} \approx 0,11</math></p>
----	---

3.	<p>Fünf Freunde unternehmen eine Kaffeefahrt nach Helgoland und müssen nach der Rückfahrt durch die Zollkontrolle. Obwohl alle angeben, nur die erlaubte Menge Zigaretten und Alkohol eingekauft zu haben, haben Sven und Tim zu viel Zigaretten mitgenommen. Der Zollbeamte wählt zwei von den fünf aus, um sie zu durchsuchen.</p> <p>a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte keinen Schmuggler?</p> <p>b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte mindestens einen der beiden Schmuggler?</p>
----	---

A3	<p><b>Ausführliche Lösungen</b></p> <p>Modell: In einer Urne befinden sich 3 grüne Kugeln (keine Schmuggler N) und 2 rote Kugeln (Schmuggler S). Es wird zweimal eine Kugel gezogen ohne zurücklegen.</p>
	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <p><math>P(SS) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} = 0,1</math></p> <p><math>P(SN) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3</math></p> <p><math>P(NS) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,3</math></p> <p><math>P(NN) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,3</math></p> </div> </div>
	<p>a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte keinen Schmuggler?  <math>P(NN) = 0,3</math>.</p>
	<p>b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erwischt der Zollbeamte mindestens einen der beiden Schmuggler?  <math>P(\text{mind. einen S}) = P(SS) + P(SN) + P(NS) = 0,1 + 0,3 + 0,3 = 0,7</math>.</p>

4.	Die Jahrgangsstufe 13 einer gymnasialen Oberstufe besteht aus zwei gleichgroßen Klassen mit insgesamt 40 Schülern. Jeder Schüler erhält für eine Theatervorstellung eine Freikarte. Im Theater werden den Schülern nach dem Zufallsprinzip die Plätze 1 bis 40 zugeordnet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sitzen auf den ersten 6 Plätzen nur Schüler einer Klasse? (Hinweis: Verwenden Sie ein geeignetes Urnenmodell).
----	--

A4	<b>Ausführliche Lösung</b> Urnenmodell: 20 rote Kugeln (Klasse 1) und 20 grüne Kugeln (Klasse 2). Sechsmal ziehen ohne zurücklegen. $P = P(\{\text{rrrrrr}\}) + P(\{\text{gggggg}\})$ $P(\{\text{rrrrrr}\}) = P(\{\text{gggggg}\})$ Wahrscheinlichkeiten für beide Klassen gleich $P(\{\text{rrrrrr}\}) = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35}$ Ziehen ohne zurücklegen $P = P(\{\text{rrrrrr}\}) + P(\{\text{gggggg}\}) = 2 \cdot \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36 \cdot 35} = \underline{\underline{0,02}}$
----	---

**Viel Erfolg!**