Schriftliche Übung Mathematik **Do 27.11.08**
SG16D **NAME:**

Anzahl aller Möglichkeiten (AaM) für n Elemente bei k- mal ziehen.		
	Anordnung von k Elementen	$k!$
	Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen	n^k
	Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\frac{n!}{(n-k)!}$
	Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
	Es gilt: $0! = 1! = 1$ und $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ aber $\binom{n}{1} = n$	

1.	Auf einer Geburtstagsfeier werden unter 8 Mädchen ein 1., ein 2. und ein 3. Preis verlost. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse?	
	A:	Anita gewinnt den 1., Irene den 2. und Katja den 3. Preis.
	B:	Anita, Irene und Katja gewinnen je einen Preis.

A1 Ausführliche Lösung

Modell: Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen.

Die Anzahl aller Möglichkeiten ist $\frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

A1 A: Anita (1. Preis), Irene (2. Preis), Katja (3. Preis).

Die Anzahl der Möglichkeiten für A ist: 1

Damit ist $P(A) = \frac{1}{336} \approx 0{,}00298$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anita den 1.Preis, Irene den 2. Preis und Katja den 3. Preis bekommt.

A1 B: Anita, Irene und Katja gewinnen je einen Preis.

Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist: $3! = 6$

Damit ist $P(B) = \frac{6}{336} = \frac{1}{56} \approx 0{,}0179$

die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anita , Irene und Katja je einen Preis gewinnen.

2.	In einer Packung sind 16 Glühlampen, davon sind drei defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse, wenn fünf Glühlampen nacheinander „blind“ herausgegriffen werden?
	A: Alle fünf Glühlampen sind in Ordnung.
	B: Genau zwei Glühlampen sind defekt.

A2	Ausführliche Lösungen
	Modell: Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen. n = 16 Glühlampen, davon sind 3 defekt. 5 Glühlampen werden zufällig entnommen. Die Anzahl der Möglichkeiten aus einer Packung mit 16 Glühlampen zufällig 5 auszuwählen ist: $\binom{16}{5} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4368$

A2	A:	Alle 5 Glühlampen sind in Ordnung. Die Anzahl der Möglichkeiten aus 13 heilen Glühlampen 5 auszuwählen ist 5 aus 13. Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für A : $\binom{13}{5} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 1287$ Damit ist $P(A) = \frac{1287}{4368} \approx 0{,}295$ die Wahrscheinlichkeit dafür, drei heile Glühlampen auszuwählen.

A2	B:	Genau zwei Glühlampen sind defekt. Von den 13 heilen Glühlampen werden 3 und von den 3 defekten Glühlampen werden zwei gezogen. Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist : $\binom{13}{3} \cdot \binom{3}{2} = \frac{13 \cdot 12 \cdot 11}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 858$ Damit ist $P(B) = \frac{858}{4368} \approx 0{,}196$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den fünf ausgewählten Glühlampen genau zwei defekt sind.

3.	Ein Fahrradschloss (Zahlenschloss) besteht aus vier unabhängig voneinander beweglichen Rädern, die jeweils 8 Ziffern (von 1 bis 8) enthalten. Das Schloss öffnet sich nur bei einer ganz bestimmten Zahlenkombination.	
	a)	Wie viele Stellungen (Zahlenkombinationen) hat das Fahrradschloss?
	b)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der ersten Einstellung das Schloss zu öffnen?

A3	Ausführliche Lösungen
	Modell: Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen. Modellierung mit dem Urnenmodell: Eine Urne enthält **n = 8** Kugeln mit den Nummern 1 bis 8. Es wird **k = 4** mal gezogen **mit** Zurücklegen.

A3	A:	Die Anzahl der Zahlenkonbinationen beträgt: $n^k = 8^4 = \underline{\underline{4096}}$

A3	B:	Die Wahrscheinlichkeit mit einem Versuch die richtige Kombination zu finden ist $\frac{1}{4096} \approx \underline{\underline{0,000244}}$

4.	Fünf Freundinnen gehen ins Kino. Sie haben in einer Reihe 5 nummerierte Plätze nebeneinander und verteilen die Karten zufällig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Svenja und Kim außen sitzen?

A4	Ausführliche Lösung
	Modell: Anordnung von k Elementen. Die Anzahl der Möglichkeiten 5 Personen auf 5 Plätze zu verteilen ist 5!

A4	Svenja und Kim sitzen außen. SxxxK oder KxxxS Svenja und Kim haben 2 Möglichkeiten, die drei Freundinnen haben 3! Möglichkeiten. Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten $2 \cdot 3! = 12$ Damit ist $P = \frac{12}{5!} = \frac{12}{120} = 0,1$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Svenja und Kim außen sitzen.

5.	Für eine Prüfung werden 8 mögliche Themen vereinbart. Drei davon werden in der Prüfung abgefragt. Ein Prüfling lernt nur 5 der 8 Themen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zwei der in der Prüfung abgefragten Themen von ihm vorbereitet wurden?

A5	Ausführliche Lösung
	Modell: Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen oder Ziehen mit einem Griff. 8 mögliche Themen, 3 werden abgefragt, Prüfling lernt für 5. Anzahl der Möglichkeiten aus 8 Themen 3 auszuwählen ist: $\binom{8}{3} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$

A5	Ausführliche Lösung
	Der Prüfling hat sich auf zwei der drei ausgewählten Themen vorbereitet. Aus den 3 Themen, auf die der Prüfling sich nicht vorbereitet hat, wird 1 Thema ausgewählt, aus den 5 Themen auf die er sich vorbereitet hat werden 2 Themen ausgewählt. Die Anzahl der Möglichkeiten ist: $\binom{3}{1} \cdot \binom{5}{2} = \frac{3}{1} \cdot \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 30$ Damit ist $P = \frac{30}{56} \approx 0{,}536$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Prüfling sich auf zwei Themen vorbereitet hat.