

Schriftliche Übung Mathematik
SG10D
Mi 16.1.13
NAME:

Anzahl aller Möglichkeiten (AaM) für n Elemente bei k- mal ziehen.	Anordnung von k Elementen	$k!$
	Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen	n^k
	Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\frac{n!}{(n-k)!}$
	Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Es gilt: $0! = 1! = 1$ und $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ aber $\binom{n}{1} = n$		

1.	Berechnen Sie:						
a)	$7!$	b)	9^6	c)	$\frac{8!}{(8-4)!}$	d)	$\binom{49}{6}$
e)	Wie viele Möglichkeiten gibt es 6 Schüler auf 6 Stühle zu verteilen?						

A1	Ausführliche Lösungen	
a)	$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$	
b)	$9^6 = 531441$	
c)	$\frac{8!}{(8-4)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$	
d)	$\binom{49}{6} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 13983816$	
e)	$AaM = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$	

2.	In einer Packung sind 12 Glühlampen, davon sind drei defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse, wenn vier Glühlampen nacheinander „blind“ herausgegriffen werden?
	A: Alle vier Glühlampen sind in Ordnung. B: Genau zwei Glühlampen sind defekt.

A2	<p>Ausführliche Lösungen</p> <p>Modell: Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen.</p> <p>$n = 12$ Glühlampen, davon sind 3 defekt. 4 Glühlampen werden zufällig entnommen. Die Anzahl der Möglichkeiten aus einer Packung mit 12 Glühlampen zufällig 4 auszuwählen ist:</p> $\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$
----	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A2	<p>A: Alle 4 Glühlampen sind in Ordnung. Die Anzahl der Möglichkeiten aus 9 heilen Glühlampen 4 auszuwählen ist 4 aus 9.</p> <p>Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für A : $\binom{9}{4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$</p> <p>Damit ist $P(A) = \frac{126}{495} \approx 0,255$</p> <p>die Wahrscheinlichkeit dafür, vier heile Glühlampen auszuwählen.</p>
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A2	<p>B: Genau zwei Glühlampen sind defekt. Von den 9 heilen Glühlampen werden 2 und von den 3 defekten Glühlampen werden zwei gezogen.</p> <p>Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist : $\binom{9}{2} \cdot \binom{3}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 108$</p> <p>Damit ist $P(B) = \frac{108}{495} \approx 0,218$</p> <p>die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den vier ausgewählten Glühlampen genau zwei defekt sind.</p>
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

3.	Ein Fahrradschloss (Zahlenschloss) besteht aus vier unabhängig voneinander beweglichen Rädern, die jeweils 6 Ziffern (von 1 bis 6) enthalten. Das Schloss öffnet sich nur bei einer ganz bestimmten Zahlenkombination.
a)	Wie viele Stellungen (Zahlenkombinationen) hat das Fahrradschloss?
b)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der ersten Einstellung das Schloss zu öffnen?

A3	Ausführliche Lösungen
	Modell: Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen. Modellierung mit dem Urnenmodell: Eine Urne enthält $n = 6$ Kugeln mit den Nummern 1 bis 8. Es wird $k = 4$ mal gezogen mit Zurücklegen.

A3	A: Die Anzahl der Zahlenkombinationen beträgt: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$
----	-------------------------------------------------------------------------------------------

A3	B: Die Wahrscheinlichkeit mit einem Versuch die richtige Kombination zu finden ist $\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,000772}}$
----	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4.	Vier Freunde gehen ins Kino. Sie haben in einer Reihe 4 nummerierte Plätze nebeneinander und verteilen die Karten zufällig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven und Kai außen sitzen?
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A4	Ausführliche Lösung
	Modell: Anordnung von k Elementen. Die Anzahl der Möglichkeiten 4 Personen auf 4 Plätze zu verteilen ist $4!$

A4	Sven und Kai sitzen außen. SxxK oder KxxS Sven und Kai haben 2 Möglichkeiten, die beiden Freunde ebenfalls. Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für B $2 \cdot 2 = 4$ Damit ist $P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\bar{6}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven und Kai außen sitzen.
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

5.	In einer Lostrommel befinden sich 6 Lose mit den Nummern 1 bis 6. Ein Spieler zieht nacheinander drei Lose. Zieht er in der Reihenfolge die Nummern 2, 4 und 6, so hat er gewonnen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn.
----	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

A5	Ausführliche Lösung Zuerst wird die Anzahl der Möglichkeiten berechnet, von diesen gibt es nur eine, die zum Gewinn führt, nämlich die Zahlenfolge 2, 4, 6. Es handelt sich um eine geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen. Aus $n = 6$ Zahlen werden $k = 3$ Zahlen gezogen. Anzahl der Möglichkeiten: $\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{\underline{120}}$ $P(A) = \frac{1}{120} \approx \underline{\underline{0,00833}}$
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------