

SF11S | HF11S Mathe KH - Nr. 4 26.5.03 (1)

Zu 1 $K(0) = 4500 \text{ €}$ $n = 7$ $p = 5,5\%$ $q = 1,055$

$$K(n) = K(0) \cdot q^n = 4500 \text{ €} \cdot (1,055)^7 = \underline{6546,06 \text{ €}}$$

Nach 7 Jahren steht ein Kapital von 6546,06 € zur Verfügung. (5)

Zu 2 $n = 5$ Jahre $K(n) = 6000 \text{ €}$ $p = 3,8\%$
 $q = 1,038$

$$K(n) = K(0) \cdot q^n \Leftrightarrow K(0) = \frac{K(n)}{q^n}$$

$$K(0) = \frac{6000 \text{ €}}{(1,038)^5} = \underline{4979,26 \text{ €}}$$

Heute muss ein Betrag von 4979,26 € zu 3,8% für 5 Jahre angelegt werden. (5)

Zu 3 $K(0) = 3500 \text{ €}$ $n = 7$ Jahre $K(n) = 5000 \text{ €}$

$$K(n) = K(0) \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Leftrightarrow \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = \frac{K(n)}{K(0)}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[n]{\frac{K(n)}{K(0)}} \Leftrightarrow \frac{p}{100} = \sqrt[n]{\frac{K(n)}{K(0)}} - 1$$

$$\Rightarrow p = 100 \cdot \left[\sqrt[n]{\frac{K(n)}{K(0)}} - 1 \right] = 100 \cdot \left[\left(\frac{K(n)}{K(0)} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right]$$

$$p = 100 \cdot \left[\left(\frac{5000}{3500} \right)^{\frac{1}{7}} - 1 \right] \approx \underline{5,227\%}$$

Das Kapital muss zu einem Zinssatz von $p = 5,227\%$ angelegt werden. (5)

Zu 4 a) $R(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

$$R(0|0) \quad R(0) = a_0 = 0$$

$$R(1|15) \quad R(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 15$$

$$R(2|3) \quad R(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 3$$

$$R(3|0) \quad R(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 0$$

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	15
8	4	2	3
27	9	3	0

$$15 \cdot 8 = 12$$

$$a_1 = 0$$

1	1	1	15
0	-4	-6	-9
0	-18	-24	-40.5

$$4a_2 = 9 \Leftrightarrow a_2 = \frac{9}{4}$$

$$a_3 + a_2 = \frac{15}{2}$$

$$a_3 + \frac{9}{4} = \frac{15}{2}$$

$$a_3 = \frac{6}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$a_3 = -\frac{3}{4}$$

1	1	1	15
0	4	6	9
0	-36	-48	-81

$$\text{III} + 9 \cdot \text{II}$$

1	1	1	15
0	4	6	9
0	0	6	0

$$R(x) = -\frac{3}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2$$

b.) rel. Maximum: $R'(x) = -\frac{9}{4}x^2 + \frac{9}{2}x$

$$R''(x) = -\frac{9}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$R'''(x) = -\frac{9}{2}$$

$$R'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{4}x^2 + \frac{9}{2}x = 0 \Leftrightarrow x \left(-\frac{9}{4}x + \frac{9}{2}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 0 \quad \text{oder} \quad -\frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0$$

$$f''(2) = -9 + \frac{9}{2} < 0$$

\Rightarrow rel. Max

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{4}x = -\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{4}x = \frac{9}{2} \quad | : \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \frac{9}{2} : \frac{9}{4} = \frac{9 \cdot 4}{2 \cdot 2} = 2$$

Für die Menge $x = 2 \text{ ME}$
ist die Reaktion
am stärksten

c.) Wendepunkt $R''(x) = 0$

$$\Rightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{9}{2} = 0 \quad | -\frac{9}{2}$$

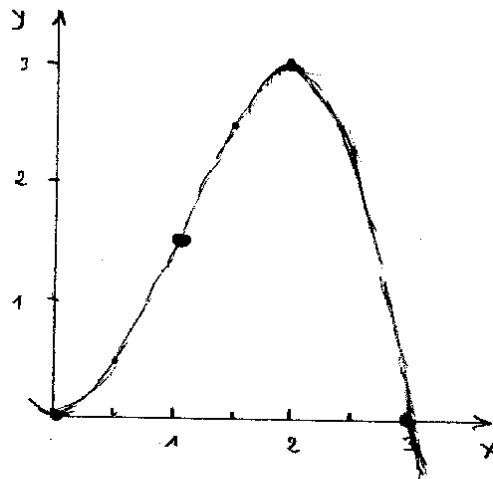
$$\Leftrightarrow -\frac{9}{2}x = -\frac{9}{2} \quad | \cdot (-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{2}x = \frac{9}{2} \quad \Rightarrow \underline{x = 1}$$

Wp (1 | 1,5)

d.) Wertetabelle

	Wp			max			
x	0	1	2	3	0,5	1,5	2,5
y	0	1,5	3	0	0,47	2,53	2,34



e.) Im Wendepunkt ist die Steigung maximal. Das bedeutet für $x = 1$ ist die Reaktionsgeschwindigkeit $R'(x)$ maximal

Ergebnisbeurteilung:

Bei $x = 2$ KE ist die Reaktionsstärke R maximal.

Bei größeren x -Werten nimmt sie wieder ab um

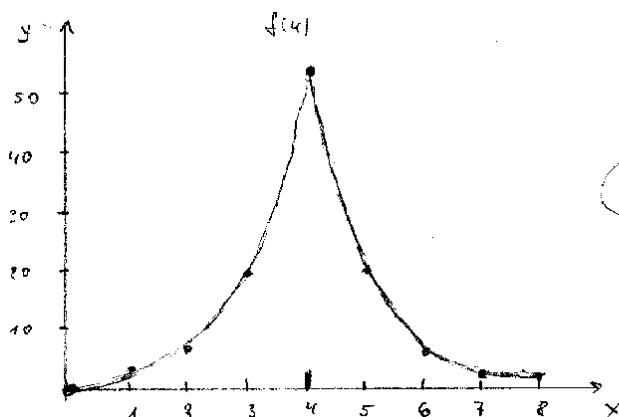
bei $x = 3$ den Nullpunkt zu erreichen

Zu 5 a) $f(x) = e^x - 1$ für $0 \leq x \leq 4$ (4)

$$g(x) = f(4) e^{-(x-4)} \quad \text{für } 4 \leq x < \infty$$

Wertetabelle

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	0	1,7	6,4	19,1	53,6	19,7	7,2	2,7	1,0



b.) $t = 4$ Tage $W = \underbrace{\int_0^4 f(x) dx}_{A_1} + \underbrace{\int_4^{\infty} g(x) dx}_{A_2}$

$$A_1 = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^4 (e^x - 1) dx = e^x - x \Big|_0^4 = e^4 - 4 - (e^0 - 0) = \underline{\underline{e^4 - 5}}$$

$$A_2 = \int_4^{\infty} g(x) dx = f(4) \int_4^{\infty} e^{-(x-4)} dx$$

$$I = \int_4^{\infty} e^{-(x-4)} dx$$

Substitution: $u(x) = -(x-4) = -x+4$

$$u'(x) = \frac{du}{dx} = -1 \Rightarrow dx = -du$$

u.G. $u(4) = -4+4 = 0$

o.G. $\lim_{x \rightarrow \infty} u(x) = -\infty$

$$\Rightarrow I = - \int_0^{-\infty} e^u du = \int_{-\infty}^0 e^u du = e^u \Big|_{-\infty}^0 = \frac{e^0}{1} - \lim_{u \rightarrow -\infty} e^u = 1$$

$$A_2 = f(4) \cdot 1 = f(4) = e^4 - 1$$

(5)

$$A = A_1 + A_2 = e^4 - 5 + e^4 - 1 = \underline{\underline{2 \cdot e^4 - 6}} \approx \underline{\underline{103,196 \text{ WE}}}$$

Die schädigende Wirkung nach 4 Tagen beträgt 103,196 WE

(5)

$$a.) \quad t = 5 \text{ Tage} \quad W = \underbrace{\int_0^5 f(x) dx}_{A_1} + \underbrace{\int_5^{\infty} g(x) dx}_{A_2}$$

$$A_1 = e^x - x \Big|_0^5 = e^5 - 5 - (e^0 - 0) = \underline{\underline{e^5 - 6}}$$

$$A_2 = f(5) \cdot 1 = f(5) = \underline{\underline{e^5 - 1}}$$

$$A = A_1 + A_2 = e^5 - 6 + e^5 - 1 = \underline{\underline{2e^5 - 7}} \approx \underline{\underline{289,8 \text{ WE}}}$$

Wird das Abtötungsmittel erst nach 5 Tagen gegeben, so bleibt eine schädigende Wirkung, weil der Toleranzwert von Wmax überschritten wird.

(5)

50 Punkte