Klassenarbeit Mathematik **_17.12.2002_**
SF11S Gruppe A NAME:

Beachten Sie: Der Rechenweg bzw. Begründungen für Ihre Ergebnisse müssen immer erkennbar sein !
Zu jeder Textaufgabe gehört eine Antwort !
Hilfsmittel: Taschenrechner

1. Die Gerade g_1 geht durch den Punkt $P_1(\,0\mid 2\,)$ und hat die Steigung $m_1 = 3$.
Die Gerade g_2 geht durch den Punkt $P_2(\,0\mid 4\,)$ und hat die Steigung $m_2 = 1$.

a) Stellen Sie die Funktionsgleichungen der beiden Geraden auf.
b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt dieser beiden Geraden
c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g_3, die senkrecht zu g_1 durch den in b) gefundenen Schnittpunkt verläuft.
d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von g_1 mit der x – Achse.
e) Zeichnen Sie die Graphen in ein Koordinatensystem
$D = \{x \mid -2 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

Hinweis: Fertigen Sie zuerst eine Planskizze an.

zu a) $P_1(0\mid 2)\quad m_1 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{g_1(x) = 3x+2}}$

$P_2(0\mid 4)\quad m_2 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = x+4}}$

zu b) $g_1(x_s) = g_2(x_s) \Rightarrow 3x_s + 2 = x_s + 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_s = 1}}$

$\underline{\underline{y_s}} = g_1(1) = g_2(1) \Rightarrow 3\cdot 1 + 2 = 1 + 4 = \underline{\underline{5}}$

Schnittpunkt: $\underline{\underline{S(1\mid 5)}}$

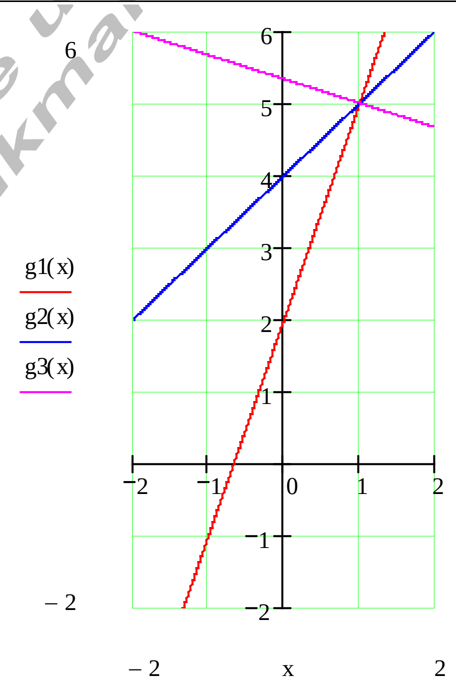
zu c) $m_3 = -\dfrac{1}{m_1} = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow g_3(x) = -\dfrac{1}{3}x + b$

$g_3(1) = 5 \Rightarrow -\dfrac{1}{3}\cdot 1 + b = 5 \Rightarrow b = 5\dfrac{1}{3}$

$\underline{\underline{g_3(x) = -\dfrac{1}{3}x + 5\dfrac{1}{3}}}$

zu d) $P_{x1}(x_1\mid 0) \Rightarrow g_1(x_1) = 3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = -\dfrac{2}{3}}}$

$\underline{\underline{P_{x1}(-\dfrac{2}{3}\mid 0)}}$



2. In einem großem Hotel erfolgt die Warmwasserbereitung für Badezimmer elektrisch mittels Durchlauferhitzer.
Pro Jahr entstehen 25000 € Kosten für elektrische Energie.
Die Umrüstung auf Fernwärme kostet einmalig 50000 €.
Die danach anfallenden Energiekosten betragen nur noch 5000 € pro Jahr.
a) In welcher Zeit hat sich die Investition rentiert?
b) Wie hoch sind die Kosten zu diesem Zeitpunkt?
c) Zeichnen Sie die Graphen.

zu a) Aufstellen der Geradengleichungen:

$K_1(x) = 25000x \quad K_2(x) = 5000x + 50000$

Schnittpunkt:

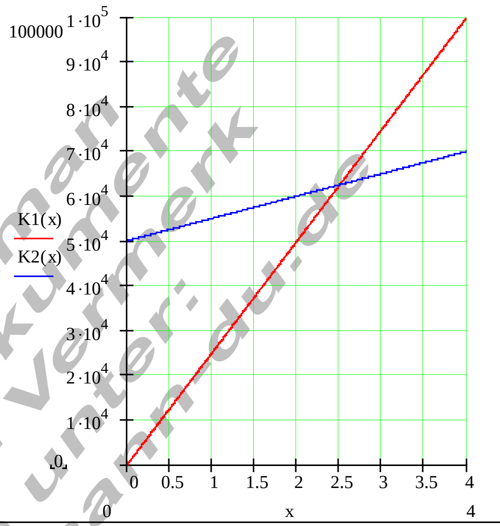
$K_1(x_s) = K_2(x_s) \Rightarrow 25000x_s = 5000x_s + 50000$

$\Rightarrow x_s = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$

Nach 2,5 Jahren hat sich die Investition rentiert.

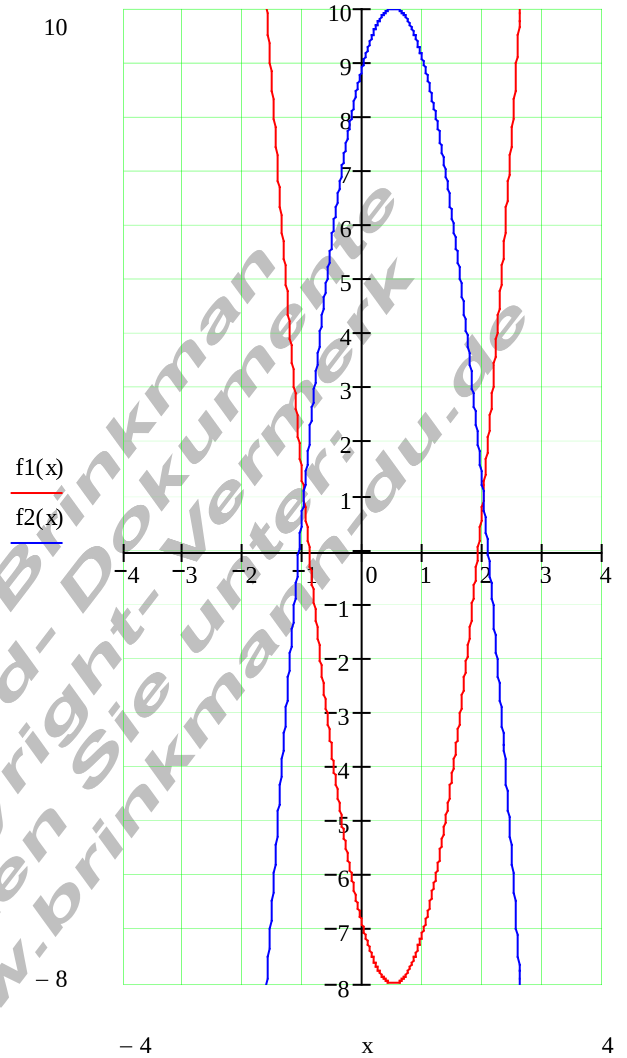
b) $K_2(\frac{5}{2}) = 5000 \cdot \frac{5}{2} + 50000 = \underline{\underline{62500}}$

Die Kosten betragen nach 2,5 Jahren 62500 €



3. Gegeben sind die Funktionen: $f_1(x) = 4x^2 - 4x - 7 \quad f_2(x) = -4x^2 + 4x + 9$
In welchen Punkten schneiden sich die beiden Parabeln ?

$$f_1(x) = f_2(x)$$
$$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 7 = -4x^2 + 4x + 9$$
$$\Leftrightarrow 8x^2 - 8x - 16 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$
$$\Leftrightarrow \left|x - \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = -1$$
$$f_1(x_1) = f_1(2) = 4 \cdot 4 - 4 \cdot 2 - 7 = 1$$
$$f_1(x_2) = f_1(-1) = 4 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 7 = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{s1}(2 \mid 1) \quad P_{S2}(-1 \mid 1)}}$$



4. Der Erlös ist bei einer Absatzmenge von 0 ME und 20 ME gleich Null.
Bei einer Absatzmenge von 1 ME gleich 19 GE.
a) bestimmen Sie die Erlösfunktion.
b) Bestimmen Sie, bei welcher Absatzmenge sich der größte Erlös ergibt.

$P_1(0\,|\,0):\quad 0a + 0b + c = 0$

$P_2(20\,|\,0):\quad 400a + 20b + c = 0$

$P_3(1\,|\,19):\quad 1a + 1b + c = 19$

$$\begin{array}{ccc|cl} 0 & 0 & 1 & 0 & \\ 400 & 20 & 1 & 0 & \\ 1 & 1 & 1 & 19 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 19 & \\ 400 & 20 & 1 & 0 & II - 400\cdot I \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \\ \hline 1 & 1 & 1 & 19 & \\ 0 & -380 & -399 & -7600 & \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

$c = 0$

$-380b - 399\cdot 0 = -7600$

$\Rightarrow b = 20$

$a + 1\cdot 20 + 1\cdot 0 = 19$

$\Rightarrow a = -1$

$\Rightarrow \underline{\underline{E(x) = -x^2 + 20x}}$

b)

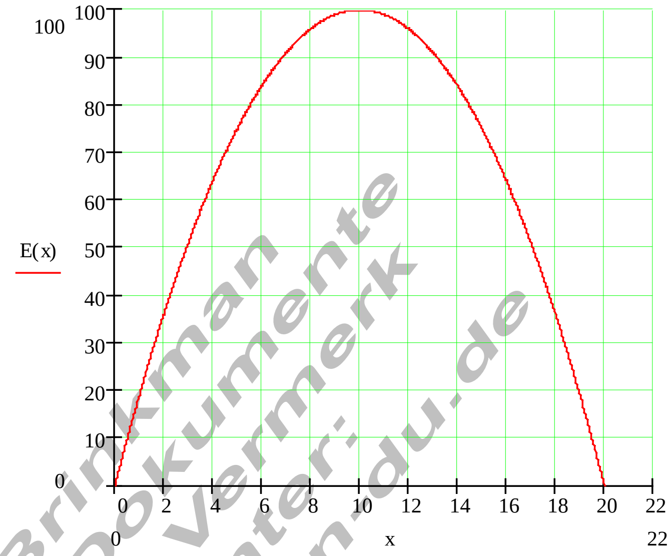
$E(x) = -1\left[x^2 - 20x + 10^2 - 10^2\right]$

$E(x) = -1\left[(x-10)^2 - 100\right]$

$E(x) = -(x-10)^2 + 100$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(10\,|\,100)}}$

Maximaler Erlös:
bei 10 ME bringt 100 GE



5. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 + x^2 - 1{,}25x - 0{,}75$

a) Berechnen Sie nach dem Horner Schema f(x) für x = - 2,5 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2 ; 2,5
Tragen Sie diese Werte in eine Wertetabelle ein.

b) Versuchen Sie den Graphen zu zeichnen. Falls Sie noch weitere Werte benötigen, wenden Sie erneut das Horner Schema an.

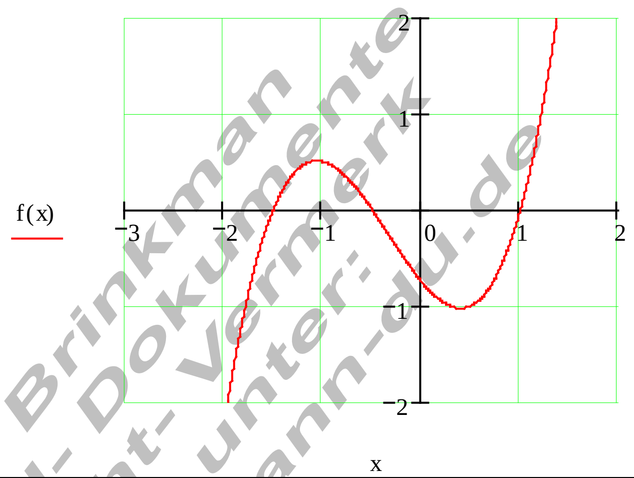
c) Bestimmen Sie alle Achsenschnittpunkte.

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,-0{,}75)$

$P_{x1}(-1{,}5\,|\,0)$ $P_{x2}(-0{,}5\,|\,0)$ $P_{x3}(1\,|\,0)$

$f(x) := x^3 + x^2 - 1.25x - 0.75$



	1		**1**		**- 1,25**		**- 0,75**
x = - 2,5		• (-2,5) =	-2,5	• (-2,5) =	3,75	• (-2,5) =	-6,25
	1		-1,5		2,5		**- 7 = f(- 2,5)**
x = -2		• (-2) =	-2	• (-2) =	2	• (-2) =	-1,5
	1		-1		0,75		**- 2,25 = f(- 2)**
x = -1		• (-1) =	-1	• (-1) =	0	• (-1) =	1,25
	1		0		-1,25		**0,5 = f(- 1)**
x = 1		• (1) =	1	• (1) =	2	• (1) =	0,75
	1		2		0,75		**0 = f(1)**
x = 2		• (2) =	2	• (2) =	6	• (2) =	9,50
	1		3		4,75		**8,75 = f(2)**
x = 2,5		• 2,5 =	2,5	• 2,5 =	8,75	• 2,5 =	18,75
	1		3,5		7,5		**18 = f(2,5)**

Wertetabelle:

x	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,5			
f(x)	-7	-2,25	0,5	-0,75	0	8,75	18			

Klassenarbeit Mathematik	***17.12.2002***
SF11S Gruppe B NAME:	

Beachten Sie: Der Rechenweg bzw. Begründungen für Ihre Ergebnisse müssen immer erkennbar sein !
Zu jeder Textaufgabe gehört eine Antwort !
Hilfsmittel: Taschenrechner

1. Die Gerade g_1 geht durch den Punkt $P_1(0 | 2)$ und hat die Steigung $m_1 = 1/2$.
Die Gerade g_2 geht durch den Punkt $P_2(0 | 1)$ und hat die Steigung $m_2 = 1$.

a) Stellen Sie die Funktionsgleichungen der beiden Geraden auf.
b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt dieser beiden Geraden
c) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g_3, die senkrecht zu g_1 durch den in b) gefundenen Schnittpunkt verläuft.
d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von g_1 mit der x – Achse.
e) Zeichnen Sie die Graphen in ein Koordinatensystem
$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

Hinweis: Fertigen Sie zuerst eine Planskizze an.

zu a) $P_1(0|2)$ $\quad m_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2}}$

$P_2(0|1)$ $\quad m_2 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = x + 1}}$

zu b) $g_1(x_s) = g_2(x_s) \Rightarrow \frac{1}{2}x_s + 2 = x_s + 1 \Leftrightarrow \underline{\underline{x_s = 2}}$

$\underline{\underline{y_s}} = g_1(2) = g_2(2) \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 2 + 2 = 2 + 1 = \underline{\underline{3}}$

Schnittpunkt: $\underline{\underline{S(2|3)}}$

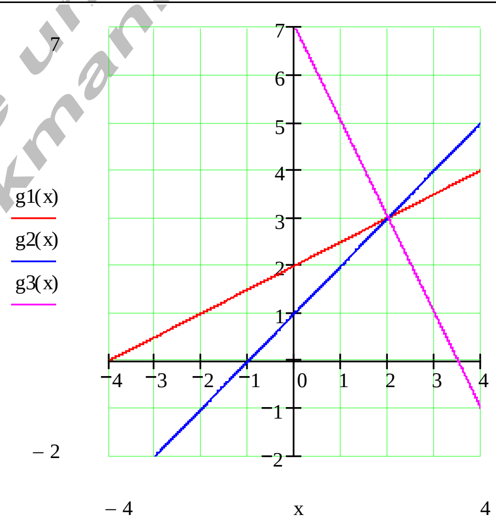
zu c) $m_3 = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow g_3(x) = -2x + b$

$g_3(2) = 3 \Rightarrow -2\cdot 2 + b = 3 \Rightarrow b = 7$

$\underline{\underline{g_3(x) = -2x + 7}}$

zu d) $P_{x1}(x_1|0) \Rightarrow g_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1 + 2 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = -4}}$

$\underline{\underline{P_{x1}(-4|0)}}$



2. In einem großem Hotel erfolgt die Warmwasserbereitung für Badezimmer elektrisch mittels Durchlauferhitzer.
Pro Jahr entstehen 20000 € Kosten für elektrische Energie.
Die Umrüstung auf Fernwärme kostet einmalig 40000 €.
Die danach anfallenden Energiekosten betragen nur noch 4000 € pro Jahr.
a) In welcher Zeit hat sich die Investition rentiert?
b) Wie hoch sind die Kosten zu diesem Zeitpunkt?
c) Zeichnen Sie die Graphen.

zu a) Aufstellen der Geradengleichungen:

$K_1(x) = 20000x \quad K_2(x) = 4000x + 40000$

Schnittpunkt:

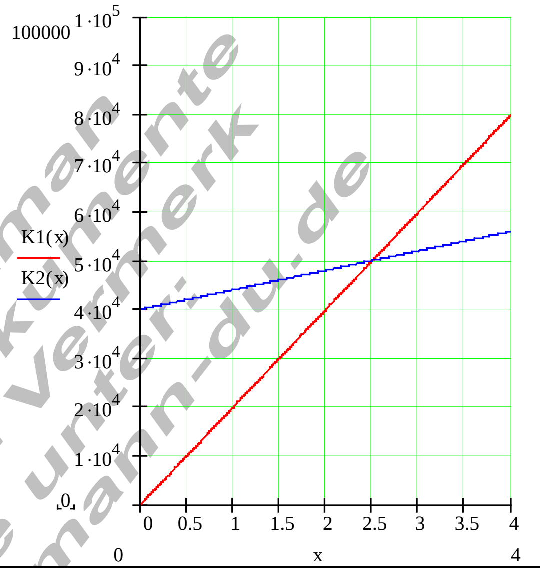
$K_1(x_s) = K_2(x_s) \Rightarrow 20000x_s = 4000x_s + 40000$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_s = \frac{5}{2}}}$

Nach 2,5 Jahren hat sich die Investition rentiert.

b) $K_2(\frac{5}{2}) = 4000 \cdot \frac{5}{2} + 40000 = \underline{\underline{50000}}$

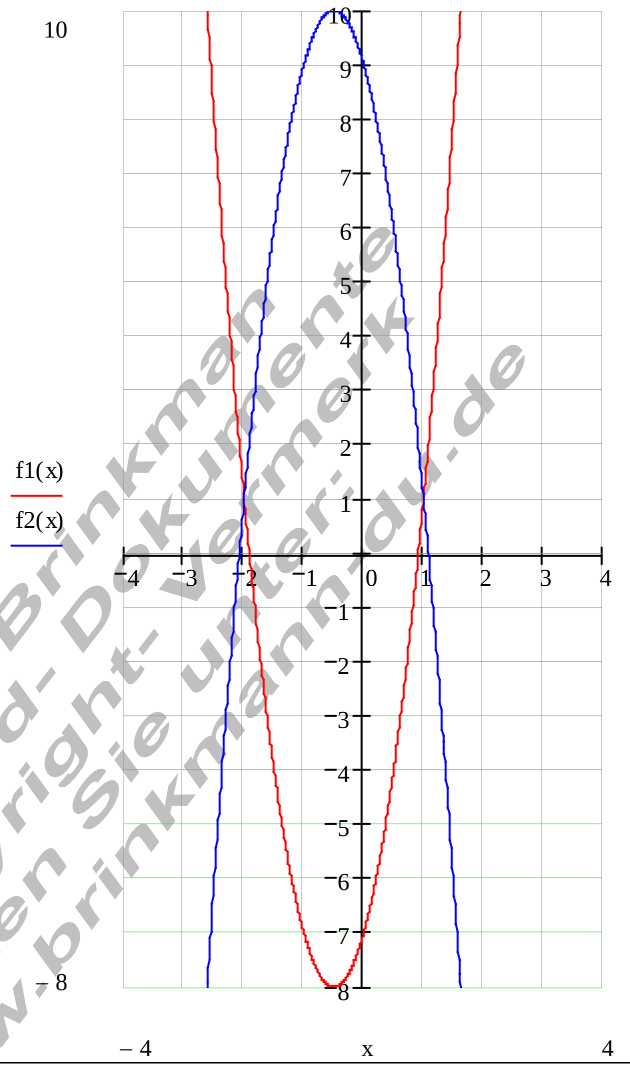
Die Kosten betragen nach 2,5 Jahren 50000 €



3. Gegeben sind die Funktionen: $f_1(x) = 4x^2 + 4x - 7 \quad f_2(x) = -4x^2 - 4x + 9$
In welchen Punkten schneiden sich die beiden Parabeln ?

a) $f_1(x) = f_2(x)$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x - 7 = -4x^2 - 4x + 9$$
$$\Leftrightarrow 8x^2 + 8x - 16 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$
$$\Leftrightarrow \left|x + \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = -2$$
$$f_1(x_1) = f_1(1) = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 7 = 1$$
$$f_1(x_2) = f_1(-2) = 4 \cdot 4 + 4 \cdot (-2) - 7 = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{s1}(1\,|\,1) \quad P_{S2}(-2\,|\,1)}}$$



4. Der Erlös ist bei einer Absatzmenge von 0 ME und 20 ME gleich Null.
Bei einer Absatzmenge von 2 ME gleich 18 GE.
a) bestimmen Sie die Erlösfunktion.
b) Bestimmen Sie, bei welcher Absatzmenge sich der größte Erlös ergibt.

$P_1(0\,|\,0):\quad 0a+0b+c=0$

$P_2(20\,|\,0):\quad 400a+20b+c=0$

$P_3(2\,|\,18):\quad 4a+2b+c=18$

$$\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 400 & 20 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 18 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 18 \\ 400 & 20 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 4 & 2 & 1 & 19 \\ 0 & -180 & -99 & -1800 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ II-100\cdot I \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$c=0$

$-180b-99\cdot 0=-1800$

$\Rightarrow b=10$

$4a+2\cdot 10+1\cdot 0=18$

$\Rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E(x)=-\frac{1}{2}x^2+10x}}$$

b)

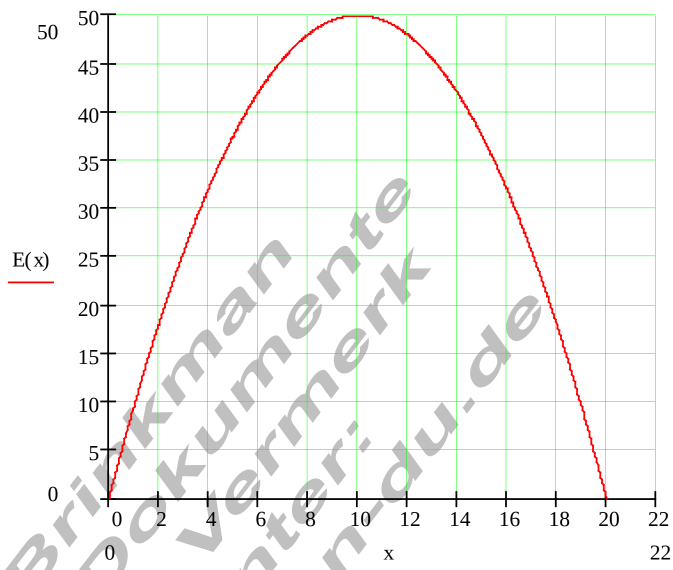
$E(x)=-\frac{1}{2}\left[x^2-20x+10^2-10^2\right]$

$E(x)=-\frac{1}{2}\left[(x-10)^2-100\right]$

$E(x)=-\frac{1}{2}(x-10)^2+50$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(10\,|\,50)}}$

Maximaler Erlös:
bei 10 ME bringt 50 GE



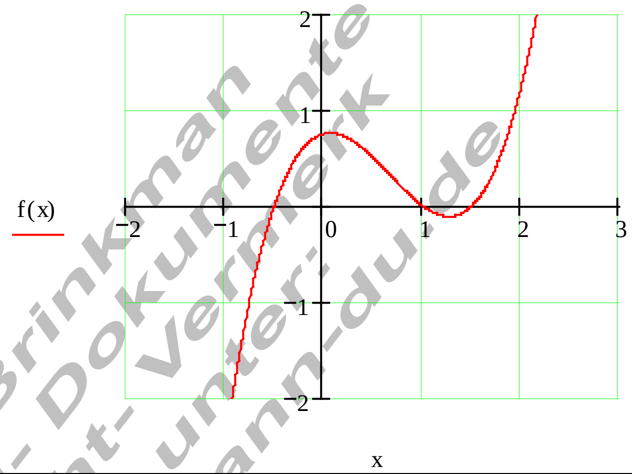
5. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 + 0,25x + 0,75$
a) Berechnen Sie nach dem Horner Schema f(x) für x = - 1,5 ; -1 ; 0,5 ;1 ; 2 ; 2,5
Tragen Sie diese Werte in eine Wertetabelle ein.
b) Versuchen Sie den Graphen zu zeichnen. Falls Sie noch weitere Werte benötigen, wenden Sie erneut das Horner Schema an.
c) Bestimmen Sie alle Achsenschnittpunkte.

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,0,75)$

$P_{x1}(-0,5\,|\,0)$ $P_{x2}(+1\,|\,0)$ $P_{x3}(1,5\,|\,0)$

$f(x) := x^3 - 2x^2 + 0.25x + 0.75$



	1		**-2**		**0,25**		**0,75**
x = - 1,5		• (-1,5) =	-1,5	• (-1,5) =	5,25	• (-1,5) =	-8,25
	1		-3,5		5,5		**- 7,5 = f(- 1,5)**
x = -1		• (-1) =	-1	• (-1) =	3	• (-1) =	-3,25
	1		-3		3,25		**- 2,5 = f(- 1)**
x = 0,5		• (0,5) =	0,5	• (0,5) =	-0,75	• (0,5) =	-0,25
	1		-1,5		-0,5		**0,5 = f(0,5)**
x = 1		• (1) =	1	• (1) =	-1	• (1) =	0,75
	1		-1		-0,75		**0 = f(1)**
x = 2		• (2) =	2	• (2) =	0	• (2) =	0,50
	1		0		0,25		**1,25 = f(2)**
x = 2,5		• 2,5 =	2,5	• 2,5 =	1,25	• 2,5 =	3,75
	1		0,5		1,5		**4,5 = f(2,5)**

Wertetabelle:

x	-1,5	-1	-0	0,5	1	2	2,5			
f(x)	-7,5	-2,25	0,75	0,5	0	1,25	4,5			