

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Do 1.6.06
SB15Z Gruppe A	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner.

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x$

- Berechnen Sie die Nullstellen.
- Machen Sie eine Symmetriebetrachtung mit Begründung
- Wie ist der Verlauf des Graphen?

Lösung:

10 Punkte

a)	Berechnen Sie die Nullstellen. $f(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$ $\Leftrightarrow x \left(x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ $x^2 - \frac{1}{2}x - 3 = 0 \text{ mit } p = -\frac{1}{2} \text{ und } q = -3$ $\text{wird } D = \left(\frac{p}{2} \right)^2 - q = \frac{1}{16} + \frac{48}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{4} - \frac{7}{4} = -\frac{3}{2} \end{array} \right.$ $\text{Nullstellen: } x_1 = 0 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = -\frac{3}{2}$
----	---

4 Punkte

b)	Es liegt keine Symmetrie vor, da es weder nur gerade oder nur ungerade Exponenten gibt.
----	---

4 Punkte

c)	Der Verlauf des Graphen ist von III \rightarrow I
----	---

2. Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

- Was wissen Sie über die Anzahl der Nullstellen dieser Funktion und über den Verlauf des Graphen?
- Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte
- Übertragen Sie die Wertetabelle in ihr Heft und ergänzen Sie die fehlenden Werte.

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	-7,38		3,88		4,13		-0,63		-4,38		-1,13	

- Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

Dabei sei $P_{\max}(-1|5)$ ein Hochpunkt und $P_{\min}\left(\frac{5}{3} \mid -\frac{121}{27}\right)$ ein Tiefpunkt.

Lösung:

4 Punkte

a) Der Graph von $f(x)$ hat mindestens eine Nullstelle, Verlauf von III \rightarrow I

10 Punkte

b) Achsenschnittpunkte:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$$

	1	-1	-5	2	
x = 1	↓	1	0	-5	$x^2 - 3x + 1 = 0$
		1	0	-5	$= f(1)$
<hr/>					
x = 2	↓	2	2	-6	oder über Polynomdivision: $(x^3 - x^2 - 5x + 2) : (x + 2) = x^2 - 3x + 1$
		1	1	-3	$= f(2)$
<hr/>					
x = -1	↓	-1	2	3	$-(x^3 + 2x^2)$
		1	-2	-3	$= f(-1)$
<hr/>					
x = -2	↓	-2	6	-2	$-3x^2 - 5x$
		1	-3	1	$= f(-2)$
					$x + 2$
					$-(x + 2)$

Lösung der quadratischen Gleichung:

$x^2 - 3x + 1 = 0$ mit $p = -3$ und $q = 1$ wird

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \quad \begin{array}{l} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2,62 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0,38 \end{array} \right.$$

Die Achsenschnittpunkte:

$$P_y(0|2) \quad P_{x1}(-2|0)$$

$$P_{x2}\left(\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$$

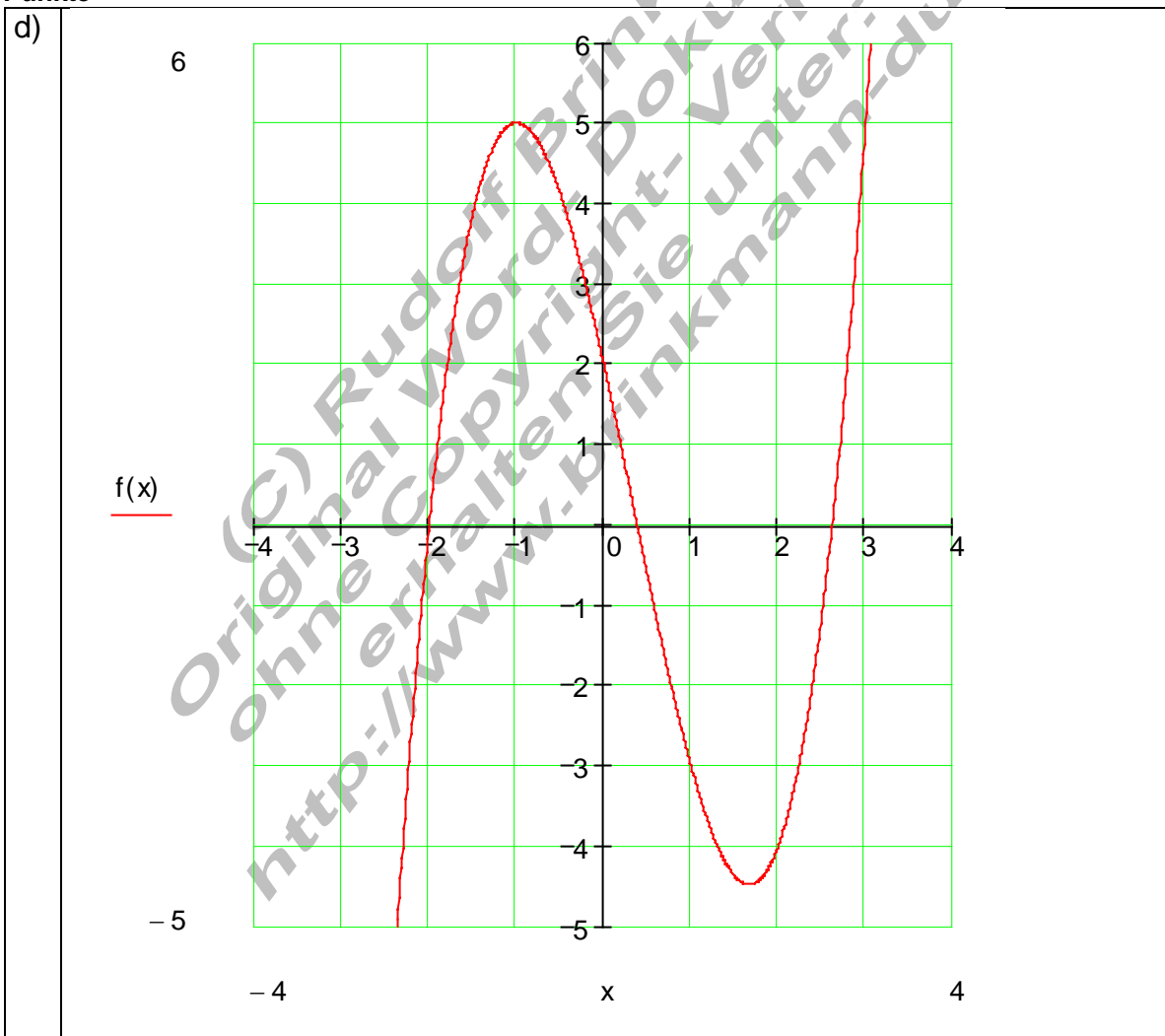
6 Punkte

c) Die Wertetabelle:

		P_{x1}		P_{max}		P_y		
x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1
f(x)	-7,38	0	3,88	5	4,13	2	-0,63	-3
					P_{min}	P_{x2}	P_{x3}	
x	1,5	2	2,5	3	1,6	2,62	0,38	
f(x)	-4,38	-4	-1,13	5	-4,48	0	0	

	1	-1	-5	2
x = 3	↓	<u>3</u>	<u>6</u>	<u>3</u>
	1	2	1	5 = f(3)

12 Punkte



Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Do 1.6.06
SB15Z Gruppe B	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner.

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x$

- Berechnen Sie die Nullstellen.
- Machen Sie eine Symmetriebetrachtung mit Begründung
- Wie ist der Verlauf des Graphen?

10 Punkte

a)	Berechnen Sie die Nullstellen. $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$ $\Leftrightarrow x \left(x^2 + \frac{1}{2}x - 3 \right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ $x^2 + \frac{1}{2}x - 3 = 0 \text{ mit } p = \frac{1}{2} \text{ und } q = -3$ $\text{wird } D = \left(\frac{p}{2} \right)^2 - q = \frac{1}{16} + \frac{48}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{7}{4} = \frac{3}{2} \\ x_3 = -\frac{1}{4} - \frac{7}{4} = -2 \end{array} \right.$ $\text{Nullstellen: } x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{3}{2} \quad x_3 = -2$
----	--

4 Punkte

b)	Es liegt keine Symmetrie vor, da es weder nur gerade oder nur ungerade Exponenten gibt.
----	---

4 Punkte

c)	Der Verlauf des Graphen ist von III \rightarrow I
----	---

2. Gegeben ist die Funktionsgleichung $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 2$

- Was wissen Sie über die Anzahl der Nullstellen dieser Funktion und über den Verlauf des Graphen?
- Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte
- Übertragen Sie die Wertetabelle in ihr Heft und ergänzen Sie die fehlenden Werte.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)		1,13		4,38		0,63		-4,13		-3,88		7,38

- Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

Dabei sei $P_{\min}(1|-5)$ ein Tiefpunkt und $P_{\max}\left(-\frac{5}{3}|\frac{121}{27}\right)$ ein Hochpunkt.

4 Punkte

- a) Der Graph von $f(x)$ hat mindestens eine Nullstelle, Verlauf von III \rightarrow I

10 Punkte

- b) Achsenschnittpunkte:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

oder über Polynomdivision:

$x = 1$	↓	1	1	-5	-2		$(x^3 + x^2 - 5x - 2) : (x - 2) = x^2 + 3x + 1$
		1	2	-3	-5	$= f(1)$	$-(x^3 - 2x^2)$
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>							
$x = 2$	↓	2	2	-5	-2		$3x^2 - 5x$
		1	3	1	0	$= f(2)$	$-(3x^2 - 6x)$
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>							
							$x - 2$
							$-(x - 2)$
<hr style="border: 0.5px solid black;"/>							

Lösung der quadratischen Gleichung:

$x^2 + 3x + 1 = 0$ mit $p = 3$ und $q = 1$ wird

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \quad \begin{array}{l} x_2 = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx -0,38 \\ x_2 = -\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx -2,62 \end{array} \right.$$

Die Achsenschnittpunkte:

$$P_y(0|-2) \quad P_{x1}(2|0)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$$

6 Punkte

c) Die Wertetabelle:

							P_y	
x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5
f(x)	-5	1,13	4	4,38	3	0,63	-2	-4,13
	P_{\min}		P_{x1}		P_{\max}	P_{x2}	P_{x3}	
x	1	1,5	2	2,5	-1,6	-0,38	-2,62	
f(x)	-5	-3,88	0	7,38	4,48	0	0	

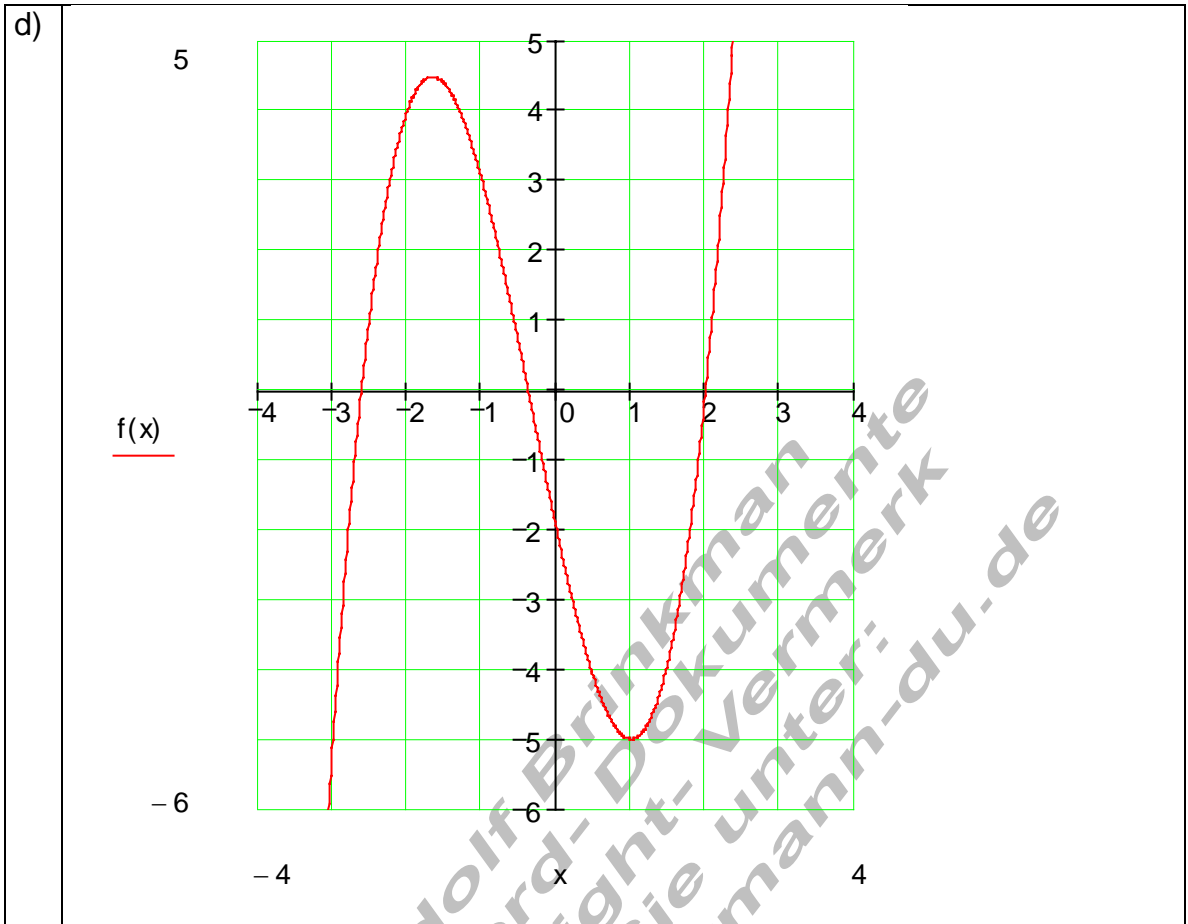
	1	1	-5	-2
$x = -3$	↓	<u>-3</u>	<u>6</u>	<u>-3</u>
	1	-2	1	-5 = f(-3)

	1	1	-5	-2
$x = -2$	↓	<u>-2</u>	<u>2</u>	<u>6</u>
	1	-1	-3	4 = f(-2)

	1	1	-5	-2
$x = -1$	↓	<u>-1</u>	<u>0</u>	<u>5</u>
	1	0	-5	3 = f(-1)

12 Punkte

(C) Rudolf Brinkmann
Original Copyright- Dokumente
ohne Copyrigh- Vermerk
<http://www.brinkmann-du.de>



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
<http://www.brinkmann-du.de>