Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Mi 01.04.09**
SG27D Gruppe A	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner und beigefügte Formeln
Rechnen Sie wo möglich mit Brüchen. Jedes Ergebnis ist durch Rechnung zu begründen. Überprüfen Sie Ihre Rechnung anhand der Kontrollergebnisse und rechnen Sie mit diesen weiter.

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^{x}$
   Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

2. Berechnen Sie das Integral $\int_{-2}^{2} 4 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}\,dx$

3. Durch $f(t) = 10 \cdot t \cdot e^{-\frac{1}{4}t}$ mit t = Zeit in Stunden nach der Einnahme und $f(t) = \frac{\text{mg}}{\text{Liter}}$ wird die Konzentration eines Medikaments im Blut eines Patienten beschrieben. Die folgenden Betrachtungen sind nur für die Zeitspanne der ersten 24 Stunden nach der Einnahme des Medikaments durchzuführen.

   a) Nach welcher Zeit erreicht die Konzentration ihren höchsten Wert? Wie groß ist dieser höchste Wert?
   Kontrollergebnis : $f'(t) = \left(10 - \frac{5}{2}t\right) \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot t} \Rightarrow f''(t) = \left(-5 + \frac{5}{8}t\right) \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot t}$

   b) Berechnen Sie den Wendepunkt und machen Sie eine Aussage über dessen Bedeutung im Zusammenhang mit der Aufgabenstellung.
   (Überprüfung des Wendepunktes mittels der 3. Ableitung ist nicht nötig)

   c) Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
   Beschreiben Sie die Entwicklung der Medikamentenkonzentration in den ersten 24 Stunden.

t	0	2	4	6	8	10	12
f(t)		12,1		13,4		8,2	6,0
t	14	16	18	20	22	24	
f(t)		2,9		1,4		0,6	

   d) Wie hoch ist die mittlere Konzentration des Medikaments innerhalb der ersten 24 Stunden? Berechnen Sie dazu folgendes Integral:

$$M = \frac{10}{24} \cdot \int_{0}^{24} t \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot t}\,dt = \frac{10}{24}(-4t - 16) \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot t} \Big|_{0}^{24}$$

Viel Erfolg!

Erlaubte Hilfsmittel

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Definition des Logarithmus:

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$	$e^x = b \Leftrightarrow x = \ln(b)$	$10^x = b \Leftrightarrow x = \lg(b)$

Logarithmengesetze zur Basis e

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln\left(b^c\right) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

Integrale

$\int e^{k \cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x} + C$	$\int x \cdot e^{k \cdot x} dx = \left(\frac{1}{k} \cdot x - \frac{1}{k^2}\right) \cdot e^{k \cdot x} + C$
$f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\int u \cdot v' \, dx = u \cdot v - \int u' \cdot v \, dx$

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Mi 01.04.09
SG27D Gruppe B	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner und beigefügte Formeln
Rechnen Sie wo möglich mit Brüchen. Jedes Ergebnis ist durch Rechnung zu begründen. Überprüfen Sie Ihre Rechnung anhand der Kontrollergebnisse und rechnen Sie mit diesen weiter.

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 \cdot e^{x} - e^{2x}$
   Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

2. Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^{1} \frac{1}{4} \cdot e^{-4x} dx$

3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 12 \cdot e^{\frac{1}{25}x} - \frac{1}{8} x \cdot e^{\frac{1}{25}x}$
   Der Graph von f(x) beschreibt die Förderung von Bodenschätzen.
   Im Jahre x = 0 (1900) wurde mit der industriellen Förderung begonnen.
   f(x) gibt die geförderte Menge in 1000 Tonnen pro Jahr an.

   a) Wie hoch war die jährliche Förderung zu Beginn der Aufzeichnungen?

   b) In welchem Jahr wurde die Förderung eingestellt?

   c) In welchem Jahr wurde die maximale Förderquote erreicht und wie hoch war diese?
   Kontrollergebnis: $f'(x) = \left(\frac{71}{200} - \frac{1}{200} x\right) \cdot e^{\frac{1}{25} \cdot x} \Rightarrow f''(x) = \left(\frac{46}{5000} - \frac{1}{5000} x\right) \cdot e^{\frac{1}{25} \cdot x}$

   d) Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem. Beschreiben Sie die Entwicklung der Förderquote über den gesamten Abbauzeitraum.

x	0	10	20	30	40	50
$f(x)$		16		27,4		42,5
x	60	70	71	80	90	96
$f(x)$		53,4		49,1	27,5	

   e) Wie viel Erz wurde über den gesamten Abbauzeitraum (96 Jahre) gefördert? Berechnen Sie dazu folgendes Integral:

$$\text{Menge} = \int_{0}^{96} \left(12 - \frac{1}{8} x\right) \cdot e^{\frac{1}{25} \cdot x} dx = \left(\frac{3025}{8} - \frac{25}{8} \cdot x\right) \cdot e^{\frac{1}{25} \cdot x} \Big|_{0}^{96}$$

Viel Erfolg!

Erlaubte Hilfsmittel

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Definition des Logarithmus:

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$	$e^x = b \Leftrightarrow x = \ln(b)$	$10^x = b \Leftrightarrow x = \lg(b)$

Logarithmengesetze zur Basis e

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

Integrale

$\int e^{k \cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x} + C$	$\int x \cdot e^{k \cdot x} dx = \left(\frac{1}{k} \cdot x - \frac{1}{k^2}\right) \cdot e^{k \cdot x} + C$
$f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\int u \cdot v' \, dx = u \cdot v - \int u' \cdot v \, dx$