

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Di 18.9.07
SG27 D Gruppe A	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

Lösungen:

1. Berechnen Sie:

$$a) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{10}$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right)$$

$$c) \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) : \frac{2}{3}$$

A1: Ausführliche Lösungen:

$$a) \frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{10} = \frac{20}{40} - \frac{30}{40} + \frac{25}{40} - \frac{28}{40} = -\frac{13}{40}$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) = \frac{12}{10} - \frac{9}{8} = \frac{48}{40} - \frac{45}{40} = \frac{3}{40}$$

$$c) \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{15}{20} + \frac{16}{20} \right) : \frac{2}{3} = \frac{31}{20} : \frac{2}{3} = \frac{31 \cdot 3}{20 \cdot 2} = \frac{93}{40} = 2\frac{13}{40}$$

2. Berechnen und vereinfachen Sie:

$$a) 5x - [6y + (2x - 7) - (3x + 2y - 8)]$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot (3x - 3) - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2 \right)$$

$$c) \left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a + \frac{4}{3}b \right)$$

$$d) \left(\frac{3}{4}u - 2v \right)^2$$

A2: Ausführliche Lösungen:

$$a) 5x - [6y + (2x - 7) - (3x + 2y - 8)] = 5x - [6y + 2x - 7 - 3x - 2y + 8] \\ = 5x - [-x + 4y + 1] = 5x + x - 4y - 1 = 6x - 4y - 1$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot (3x - 3) - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) = 2x - 2 - \frac{5}{2}x - 10 = \frac{4}{2}x - \frac{5}{2}x - 12 = -\frac{1}{2}x - 12$$

$$c) \left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a + \frac{4}{3}b \right) = \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{2}a + \frac{2}{3}a \cdot \frac{4}{3}b - \frac{3}{4}b \cdot \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}b \cdot \frac{4}{3}b \\ = a^2 + \frac{8}{9}ab - \frac{9}{8}ab - b^2 = a^2 + \frac{64}{72}ab - \frac{81}{72}ab - b^2 = a^2 - \frac{17}{72}ab - b^2$$

$$d) \left(\frac{3}{4}u - 2v \right)^2 = \frac{9}{16}u^2 - 4 \cdot \frac{3}{4}uv + 4v^2 = \frac{9}{16}u^2 - 3uv + 4v^2$$

3. Bei der Bearbeitung folgender Aufgaben rechnen Sie mit Brüchen.

- a) Eine Gerade hat die Steigung $a_1 = -\frac{2}{3}$ und verläuft durch den Punkt $P(-5 | 4)$
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- b) Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(-6 | 8)$ und $P_2(6 | -1)$
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- c) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte von $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$ rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ und $g(x) = -\frac{3}{4}x + 4$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem.

A3: a) Ausführliche Lösung:

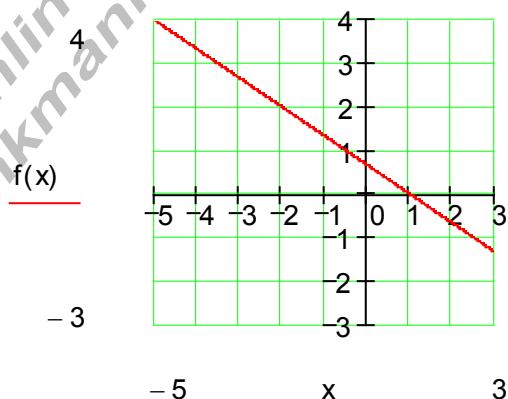
$$a_1 = -\frac{2}{3} \quad P(-5 | 4) \quad f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$$

$$P(-5 | 4) \Rightarrow f(-5) = 4 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \cdot (-5) + a_0 = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{3} + a_0 = 4 \quad | -\frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{10}{3} = \frac{12}{3} - \frac{10}{3} = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$



A3: b) Ausführliche Lösung:

$$P_1(-6 | 8) \quad P_2(6 | -1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 8}{6 - (-6)} = -\frac{3}{4}$$

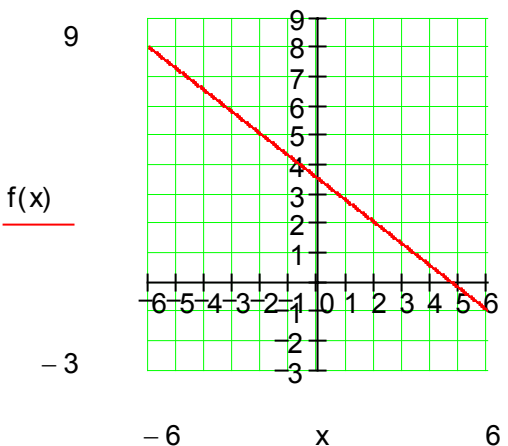
$$a_1 = -\frac{3}{4} \quad f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(6 | -1) \Rightarrow f(6) = -1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 6 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{48}{4} + a_0 = -1 \quad | +\frac{48}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{4}{4} + \frac{48}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 11$$

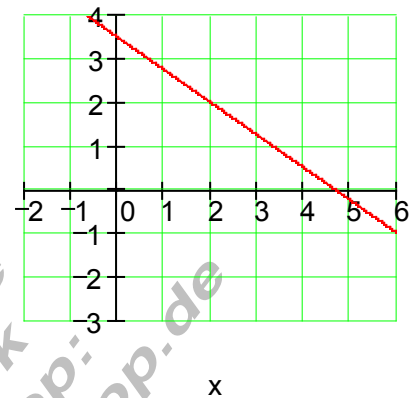


A3: c) Ausführliche Lösung:

$$g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \Rightarrow P_y \left(0 \mid \frac{7}{2} = 3,5 \right)$$

$$\begin{aligned} g(x) = 0 &\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} = 0 \mid -\frac{7}{2} \\ &\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{7}{2} \mid : \left(-\frac{3}{4} \right) \\ &\Leftrightarrow x = \frac{14}{3} = 4,6\bar{6} \end{aligned}$$

$$P_x \left(\frac{14}{3} = 4,6\bar{6} \mid 0 \right)$$

f(x)

A3: d) Ausführliche Lösung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 1 \quad g(x) = -\frac{3}{4}x + 4$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 1 = -\frac{3}{4}x + 4 \mid +\frac{3}{4}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + 1 = 4 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{12}x + \frac{9}{12}x = 3 \mid : \frac{17}{12}$$

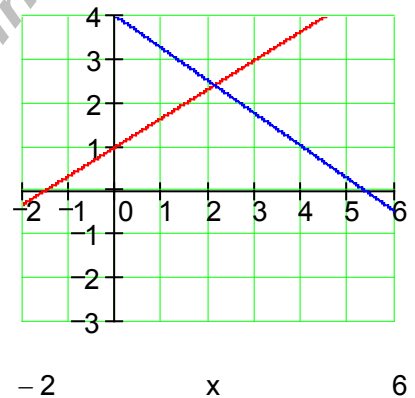
$$\Leftrightarrow x_s = \frac{36}{17} \approx 2,118$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{36}{17}\right) = \frac{41}{17} \approx 2,412$$

$$S \left(\frac{36}{17} \approx 2,118 \mid \frac{41}{17} \approx 2,412 \right)$$

f(x)g(x)

-3

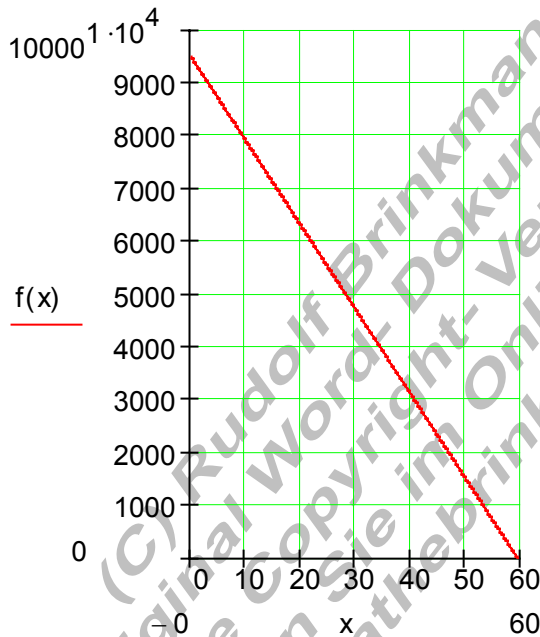


4. In einem Vorratstank befinden sich 9500 Liter Wasser. Täglich werden dem Tank 160 Liter Wasser entnommen.
- Stellen Sie die Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
 - Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.
 - Nach wie viel Tagen ist der Tank leer?
Berechnen Sie diesen Wert mit der von Ihnen aufgestellten Funktionsgleichung.

A4: Ausführliche Lösung:

a) $f(x) = -160x + 9500$

b)



c) $f(x) = 0$

$$\Leftrightarrow -160x + 9500 = -9500$$

$$\Leftrightarrow -160x = -9500 \quad | :(-160)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{475}{8} = 59,375$$

Der Tank ist nach etwa
59 Tagen leer.

5. In Europa misst man die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, in den USA in $^{\circ}\text{F}$.
 Zwischen beiden besteht eine lineare Beziehung.
 100 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 212 $^{\circ}\text{F}$ und 0 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 32 $^{\circ}\text{F}$.
 a) Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ erlaubt.
 b) 90 $^{\circ}\text{F}$ ist Sommertemperatur in Florida, wie viel $^{\circ}\text{C}$ wären das?

A5: Ausführliche Lösungen:

- a) x – Achse : $^{\circ}\text{F}$ y – Achse : $^{\circ}\text{C}$

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(32 | 0) \quad P_2(212 | 100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32 | 0) : f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \quad | -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$$

Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ x in $^{\circ}\text{F}$ und f(x) in $^{\circ}\text{C}$

- b) 90 $^{\circ}\text{F} = ?^{\circ}\text{C}$ $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32) \Rightarrow f(90) = \frac{5}{9}(90 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 58 = 32,\bar{2}^{\circ}\text{C}$

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Di 18.9.07
SG27 D Gruppe B	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

Lösungen:

1. Berechnen Sie:

$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{10}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3} \right)$$

$$c) \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{3}{2}$$

A1: Ausführliche Lösungen:

$$a) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{10} = \frac{20}{40} + \frac{30}{40} - \frac{25}{40} + \frac{28}{40} = \frac{53}{40}$$

$$b) \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3} \right) = \frac{10}{12} - \frac{8}{9} = \frac{30}{36} - \frac{32}{36} = -\frac{2}{36} = -\frac{1}{18}$$

$$c) \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{16}{20} - \frac{15}{20} \right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{20} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 3}{20 \cdot 2} = \frac{3}{40}$$

2. Berechnen und vereinfachen Sie::

$$a) 5x + [6y - (2x - 7) - (3x + 3y + 7)]$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot (2x - 2) - \frac{1}{2} \cdot (5x + 2)$$

$$c) \left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{4}{3}b \right)$$

$$d) \left(\frac{4}{3}u + \frac{1}{2}v \right)^2$$

A2: Ausführliche Lösungen:

$$a) 5x + [6y - (2x - 7) - (3x + 3y + 7)] = 5x + [6y - 2x + 7 - 3x - 3y - 7] \\ = 5x + [-5x + 3y] = 5x - 5x + 3y = 3y$$

$$b) \frac{3}{2} \cdot (2x - 2) - \frac{1}{2} \cdot (5x + 2) = 3x - 3 - \frac{5}{2}x - 1 = 3x - \frac{5}{2}x - 4 = \frac{6}{2}x - \frac{5}{2}x - 4 = \frac{1}{2}x - 4$$

$$c) \left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{4}{3}b \right) = \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{2}a - \frac{2}{3}a \cdot \frac{4}{3}b + \frac{3}{4}b \cdot \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}b \cdot \frac{4}{3}b \\ = a^2 - \frac{8}{9}ab + \frac{9}{8}ab - b^2 = a^2 - \frac{64}{72}ab + \frac{81}{72}ab - b^2 = a^2 + \frac{17}{72}ab - b^2$$

$$d) \left(\frac{4}{3}u + \frac{1}{2}v \right)^2 = \frac{16}{9}u^2 + 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}uv + \frac{1}{4}v^2 = \frac{16}{9}u^2 + \frac{4}{3}uv + \frac{1}{4}v^2$$

3. Bei der Bearbeitung folgender Aufgaben rechnen Sie mit Brüchen.

- a) Eine Gerade hat die Steigung $a_1 = \frac{1}{3}$ und verläuft durch den Punkt $P(-5 | -4)$
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- b) Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(6 | -8)$ und $P_2(-6 | 1)$
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- c) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte von $g(x) = \frac{4}{3}x - \frac{7}{2}$ rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
- d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ und $g(x) = \frac{3}{4}x + 1$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem.

A3: a) Ausführliche Lösung:

$$a_1 = \frac{1}{3} \quad P(-5 | -4) \quad f(x) = \frac{1}{3}x + a_0$$

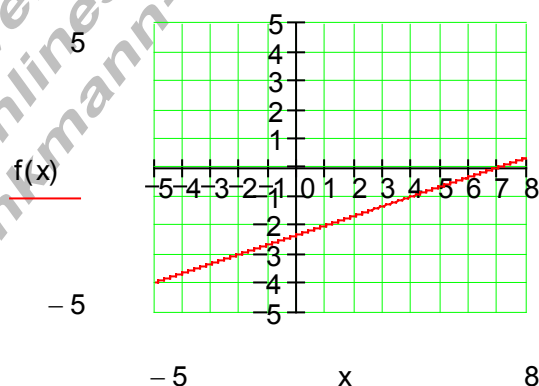
$$P(-5 | -4)$$

$$\Rightarrow f(-5) = -4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot (-5) + a_0 = -4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{3} + a_0 = -4 \quad | +\frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{12}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$$



A3: b) Ausführliche Lösung:

$$P_1(6 | -8) \quad P_2(-6 | 1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-8)}{-6 - 6} = \frac{3}{4}$$

$$a_1 = -\frac{3}{4} \quad f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

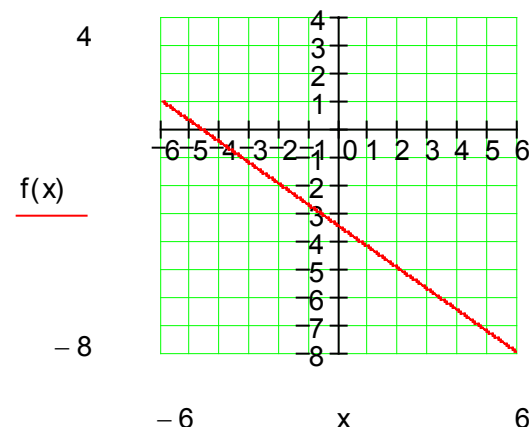
$$P(6 | -8)$$

$$\Rightarrow f(6) = -8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 6 + a_0 = -8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{2} + a_0 = -8 \quad | +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{7}{2}$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$$



A3: c) Ausführliche Lösung:

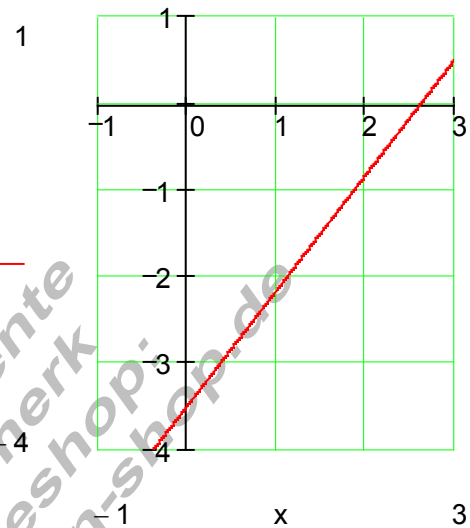
$$g(x) = \frac{4}{3}x - \frac{7}{2} \Rightarrow P_y \left(0 \mid -\frac{7}{2} = -3,5 \right)$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3}x - \frac{7}{2} = 0 \mid + \frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}x = \frac{7}{2} \mid : \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{8} = 2,625$$

$$P_x \left(\frac{21}{8} = 2,625 \mid 0 \right)$$



A3: d) Ausführliche Lösung:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + 3 \quad g(x) = \frac{3}{4}x + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 3 = \frac{3}{4}x + 1 \mid -\frac{3}{4}x$$

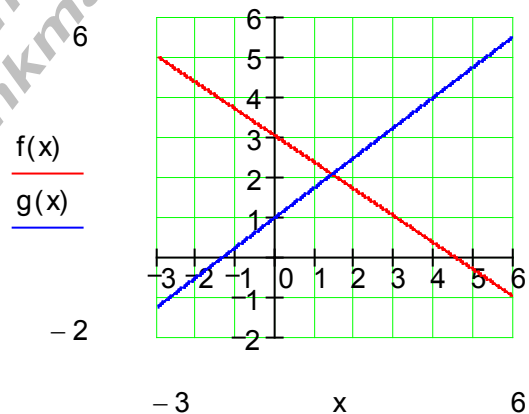
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + 3 = 1 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{12}x - \frac{9}{12}x = -2 \mid : \left(-\frac{17}{12} \right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{24}{17} \approx 1,412$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{24}{17}\right) = \frac{35}{17} \approx 2,059$$

$$S \left(\frac{24}{17} \approx 1,412 \mid \frac{35}{17} \approx 2,059 \right)$$

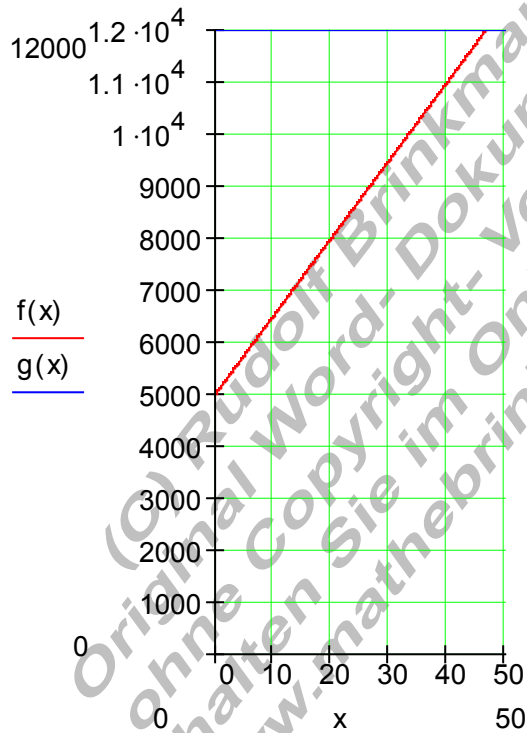


4. In einem Abwassertank befinden sich 5000 Liter Wasser.
Täglich kommen 150 Liter Abwasser hinzu.
- Stellen Sie die Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
 - Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem.
 - Nach wie viel Tagen muss der Tank entleert werden, wenn er für 12000 Liter ausgelegt ist?
Berechnen Sie diesen Wert mit der von Ihnen aufgestellten Funktionsgleichung.

A4: Ausführliche Lösung:

a) $f(x) = 150x + 5000$

b)



c)

$$f(x) = 12000$$

$$\Leftrightarrow 150x + 5000 = 12000 \quad | -5000$$

$$\Leftrightarrow 150x = 7000 \quad | :150$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{3} = 46,\bar{6}$$

Der Tank muss nach ca.
46 Tagen geleert werden.

5. In Europa misst man die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, in den USA in $^{\circ}\text{F}$.
Zwischen beiden besteht eine lineare Beziehung.
100 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 212 $^{\circ}\text{F}$ und 0 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 32 $^{\circ}\text{F}$.
- Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ erlaubt.
 - 38 $^{\circ}\text{C}$ in Deutschland ist im Sommer keine Seltenheit, wie viel $^{\circ}\text{F}$ wären das?

A5: Ausführliche Lösungen:

a) x – Achse : $^{\circ}\text{C}$ y – Achse : $^{\circ}\text{F}$

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad P_1(0 | 32) \quad P_2(100 | 212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 | 32) : f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ gilt: $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ x in $^{\circ}\text{C}$ und f(x) in $^{\circ}\text{F}$

b) 38 $^{\circ}\text{C} = ?^{\circ}\text{F}$ $f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow f(38) = \frac{9}{5} \cdot 38 + 32 = 100,4^{\circ}\text{F}$