Lösungen Training Integralrechnung III

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

$f(x) = x^2 - x - 6\,;\; g(x) = 4x - 10$

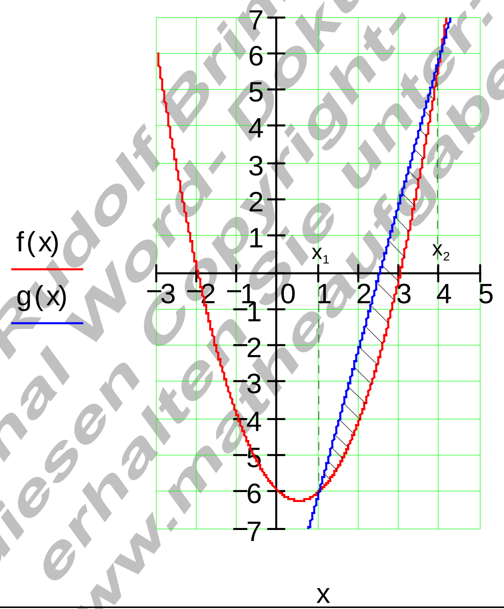
$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 4$

$$A = \left| \int_1^4 \left[f(x) - g(x) \right] dx \right| = \left| \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right]_1^4 \right|$$

$$= \left| \frac{1}{3}\cdot 4^3 - \frac{5}{2}\cdot 4^2 + 4\cdot 4 - \left[\frac{1}{3}\cdot 1^3 - \frac{5}{2}\cdot 1^2 + 4\cdot 1 \right] \right| = \underline{\underline{4{,}5}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt 4,5 FE.

A1 Ausführliche Lösung



A2 Ausführliche Lösung

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3\,;\; g(x) = 3x$

$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -3 \text{ und } x_2 = 2$

$$\int_{-3}^{2} \left[f(x) - g(x) \right] dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + 3x \right]_{-3}^{2}$$

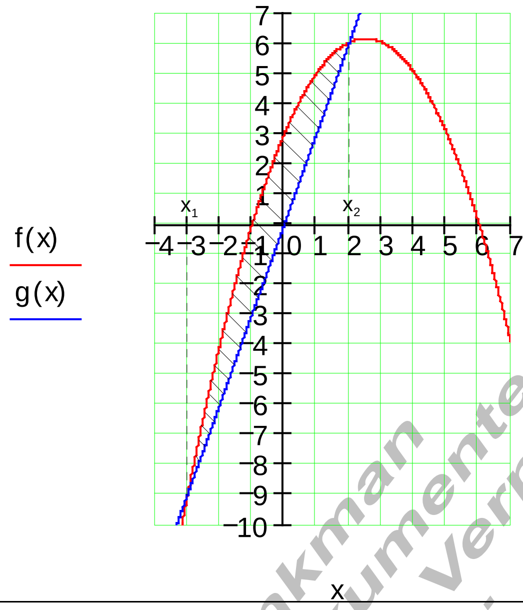
$$= -\frac{1}{6}\cdot 2^3 - \frac{1}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - \left[-\frac{1}{6}\cdot(-3)^3 - \frac{1}{4}\cdot(-3)^2 + 3\cdot(-3) \right] = \frac{125}{12} \approx \underline{\underline{10{,}417}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 10,417 FE.

Bemerkung: Man kann die Rechnung auch ohne Beträge durchführen, wenn man von dem Ergebnis, falls es einen negativen Wert hat, den Betrag bildet.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne diesen Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.mathe-aufgaben-du.de

A2 Ausführliche Lösung



A3 Ausführliche Lösung

$$f(x) = 0{,}75\left(x^2 - 5x + 4\right) = 0{,}75x^2 - 3{,}75x + 3\ ;\ g(x) = 0{,}75x + 3$$

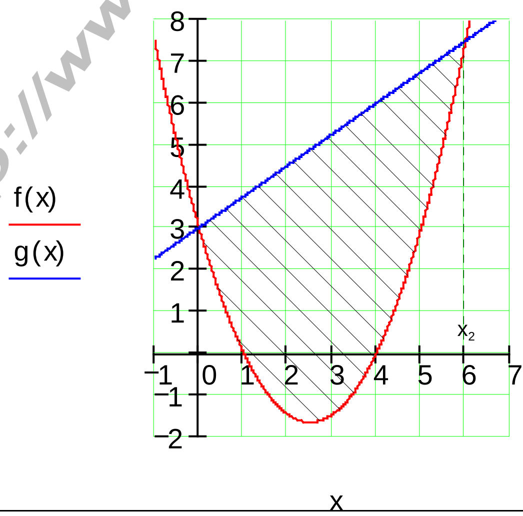
$$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}75x^2 - 4{,}5x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 6$$

$$\int_0^6 \left[f(x) - g(x)\right] dx = \left[\frac{0{,}75}{3}x^3 - \frac{4{,}5}{2}x^2\right]_0^6 = \frac{0{,}75}{3}\cdot 6^3 - \frac{4{,}5}{2}\cdot 6^2 = -27$$

$$A = \left|\int_0^6 \left[f(x) - g(x)\right] dx\right| = \left|-27\right| = \underline{\underline{27}}$$

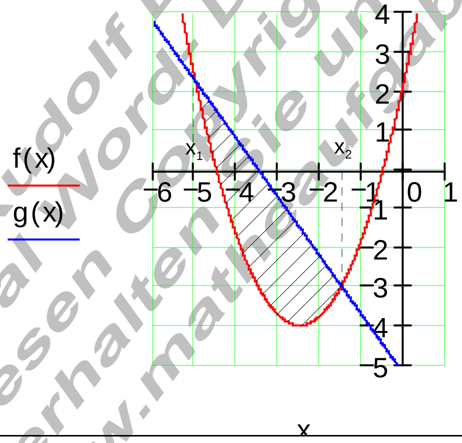
Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt 27 FE.

A3 Ausführliche Lösung



(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne diesen Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.matheaufgaben-du.de

A4	Ausführliche Lösung
	$f(x) = x^2 + 5x + \frac{9}{4}$; $g(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{21}{4}$ $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{13}{2}x + \frac{15}{2} = 0 \Leftrightarrow x_1 = -5$ und $x_2 = -\frac{3}{2}$ $\int_{-5}^{-\frac{3}{2}} [f(x) - g(x)]\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{13}{4}x^2 + \frac{15}{2}x\right]_{-5}^{-\frac{3}{2}}$ $= \frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \frac{13}{4}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{15}{2}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) - \left[\frac{1}{3}\cdot(-5)^3 + \frac{13}{4}\cdot(-5)^2 + \frac{15}{2}\cdot(-5)\right] = -\frac{343}{48}$ $A = \left\| \int_{-5}^{-\frac{3}{2}} [f(x) - g(x)]\,dx \right\| = \left\| -\frac{343}{48} \right\| \approx \underline{\underline{7{,}146}}$ Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 7,146 FE.

A4	Ausführliche Lösung
	

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne diesen Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.mathe-aufgaben-du.de

A5 Ausführliche Lösung

$$f(x)=(x-2)^2-4=x^2-4x\,;\;g(x)=x-1$$

$$f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+1=0\Leftrightarrow x_1=\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}\text{ und }x_2=\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}$$

$$\int\limits_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}}\left[f(x)-g(x)\right]dx=\left[\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+x\right]_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}}$$

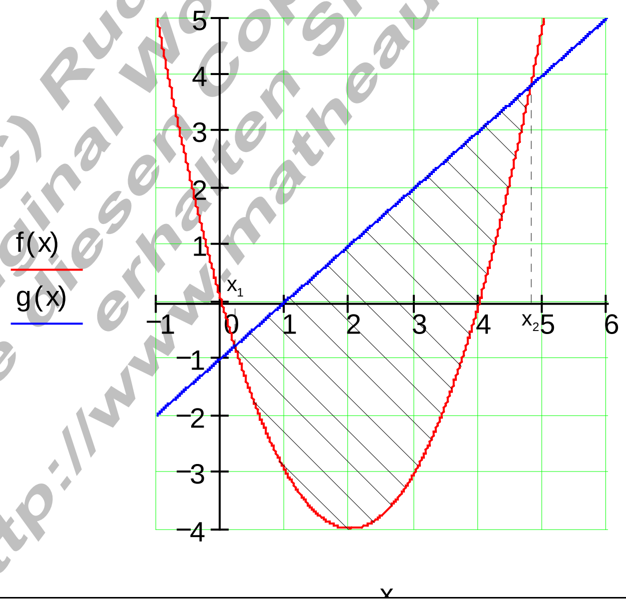
$$=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}\right)^3-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}\right)^2+\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}\right)$$

$$-\left[\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}\right)^3-\frac{5}{2}\cdot\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}\right)^2+\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}\right)\right]=-\frac{7}{2}\cdot\sqrt{21}\approx-16{,}039$$

$$A=\left|\int\limits_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{21}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{21}{4}}}\left[f(x)-g(x)\right]dx\right|=\left|-\frac{7}{2}\cdot\sqrt{21}\right|\approx\underline{\underline{16{,}039}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 16,039 FE.

A5 Ausführliche Lösung



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne diesen Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.matheaufgaben-du.de

A6 Ausführliche Lösung

$f(x) = x^2 - 4x + 1;\ g(x) = -x^2 + 2x + 1$

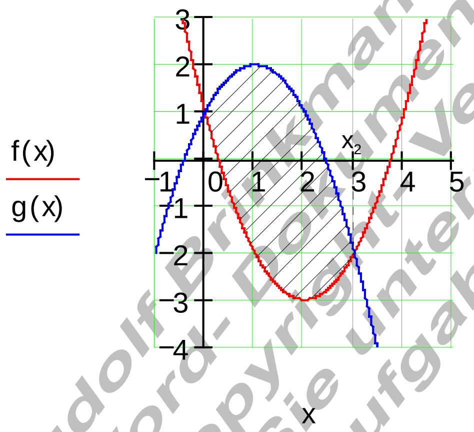
$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 3$

$$\int_0^3 \left[f(x) - g(x)\right] dx = \left[\frac{2}{3}x^3 - 3x^2\right]_0^3 = \frac{2}{3}\cdot 3^3 - 3\cdot 3^2 = -9$$

$$A = \left|\int_0^3 \left[f(x) - g(x)\right] dx\right| = \left|-9\right| = \underline{\underline{9}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt 9 FE.

A6 Ausführliche Lösung



A7 Ausführliche Lösung

$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3;\ g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1 \text{ und } x_2 = 3$

$$\int_1^3 \left[f(x) - g(x)\right] dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x\right]_1^3$$

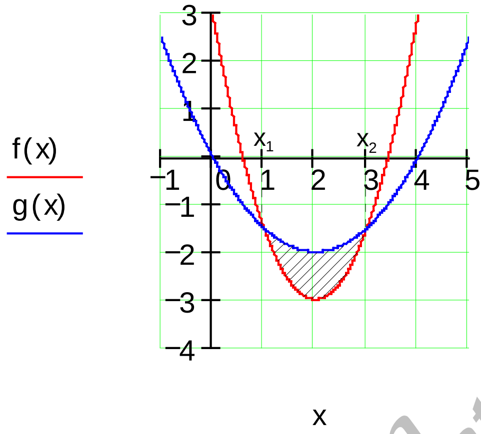
$$= \frac{1}{3}\cdot 3^3 - 2\cdot 3^2 + 3\cdot 3 - \left[\frac{1}{3}\cdot 1^3 - 2\cdot 1^2 + 3\cdot 1\right] = -\frac{4}{3}$$

$$A = \left|\int_1^3 \left[f(x) - g(x)\right] dx\right| = \left|-\frac{4}{3}\right| = \underline{\underline{\frac{4}{3}}} \approx 1{,}333$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 1,333 FE.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne diesen Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.matheaufgaben-du.de

A7 Ausführliche Lösung



A8 Ausführliche Lösung

$f(x) = x^2 + 3x \,;\, g(x) = 0{,}5x^2$

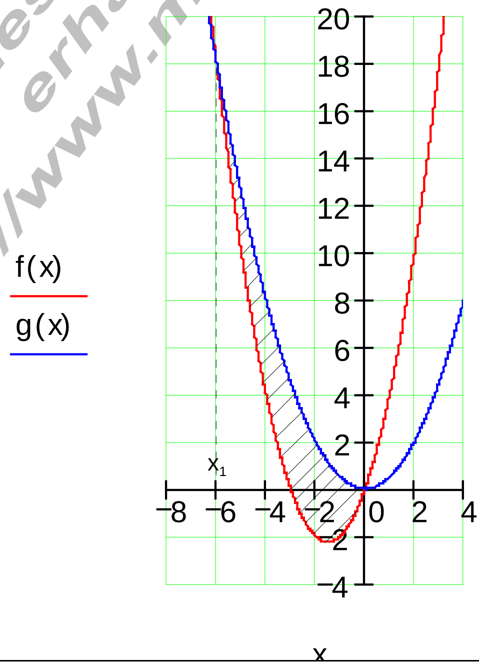
$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x_1 = -6 \text{ und } x_2 = 0$

$$\int_{-6}^{0} \left[f(x) - g(x) \right] dx = \left[\frac{0{,}5}{3} x^3 + \frac{2}{3} x^2 \right]_{-6}^{0} = -\left[\frac{0{,}5}{3} \cdot (-6)^3 + \frac{3}{2} \cdot (-6)^2 \right] = -18$$

$$A = \left| \int_{-6}^{0} \left[f(x) - g(x) \right] dx \right| = \left| -18 \right| = \underline{\underline{18}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt 18 FE.

A8 Ausführliche Lösung



(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne diesen Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.matheaufgaben-du.de

A9 Ausführliche Lösung

$f(x)=0{,}5x^2-2x-1;\ g(x)=2x^2+2x+1$

$f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow -1{,}5x^2-4x-2=0 \Leftrightarrow x_1=-2 \text{ und } x_2=-\frac{2}{3}$

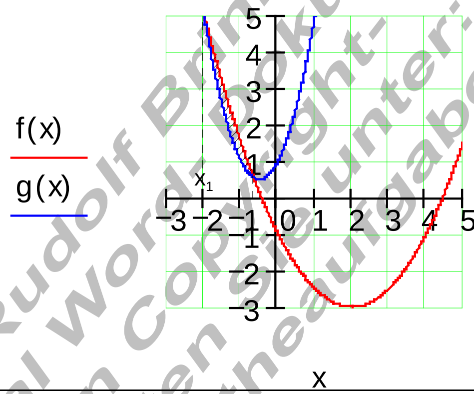
$$\int_{-2}^{-\frac{2}{3}}\left[f(x)-g(x)\right]dx=\left[-\frac{1{,}5}{3}x^3-2x^2-2x\right]_{-2}^{-\frac{2}{3}}$$

$$=-\frac{1{,}5}{3}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^3-2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^2-2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-\left[-\frac{1{,}5}{3}\cdot(-2)^3-2\cdot(-2)^2-2\cdot(-2)\right]$$

$$=\frac{16}{27}\approx 0{,}593$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 0,593 FE.

A9 Ausführliche Lösung



A10 Ausführliche Lösung

$f(x)=-0{,}5x^2+2;\ g(x)=-\frac{1}{9}(x-1)^2+1=-\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{9}x+\frac{8}{9}$

$f(x)-g(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{7}{18}x^2-\frac{2}{9}x+\frac{10}{9}=0 \Leftrightarrow x_1=-2 \text{ und } x_2=\frac{10}{7}$

$$\int_{-2}^{\frac{10}{7}}\left[f(x)-g(x)\right]dx=\left[-\frac{7}{54}x^3-\frac{1}{9}x^2+\frac{10}{9}x\right]_{-2}^{\frac{10}{7}}$$

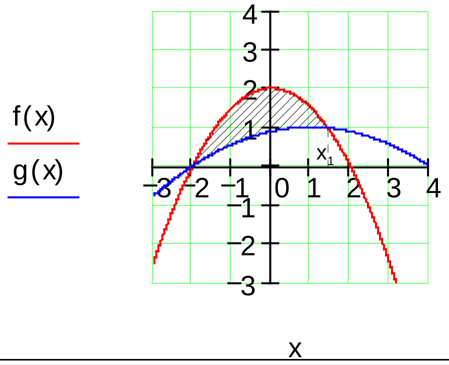
$$=-\frac{7}{54}\cdot\left(\frac{10}{7}\right)^3-\frac{1}{9}\cdot\left(\frac{10}{7}\right)^2+\frac{10}{9}\cdot\frac{10}{7}-\left[-\frac{7}{54}\cdot(-2)^3-\frac{1}{9}\cdot(-2)^2+\frac{10}{9}\cdot(-2)\right]$$

$$=\frac{128}{49}\approx 2{,}612$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 2,612 FE.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne diesen Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.matheaufgaben-du.de

A10	Ausführliche Lösung



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne diesen Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.matheaufgaben-du.de