

Aufgaben Differenzialrechnung VII (Steigung und Tangente)

1.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{1}{9}x^3 - x; x \in \mathbb{R}$
	a) An welchen Stellen hat $f(x)$ die Steigung 2 ?
	b) Die Steigung von $f(x)$ an der Stelle $x = 1,5$ ist $-0,25$. Geben Sie ohne Rechnung eine weitere Stelle mit der gleichen Steigung an. Begründen Sie Ihre Vermutung.
	c) In welchen Punkten hat $f(x)$ eine waagerechte Tangente? Geben Sie die Gleichung an.
	d) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an $f(x)$ im Ursprung.
	e) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an $f(x)$ im Punkt $P(u f(u))$.
f) Welche Gerade schneidet $f(x)$ in $N(3 0)$ senkrecht ?	
2.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4}x^2 - 1; x \in \mathbb{R}$
	a) Bestimmen Sie charakteristische Punkte und geben Sie die zugehörigen Steigungen an.
	b) Die Tangenten an $f(x)$ in $x = 1$ und $x = -1$ schneiden sich auf der y -Achse. Begründen Sie diese Behauptung.
3.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = -x^4 + 2x^3; x \in \mathbb{R}$
	a) Untersuchen Sie $f(x)$ auf Schnittpunkte mit der x -Achse und Punkte mit waagerechter Tangente.
	b) $t(x)$ ist die Tangente an $f(x)$ in $P(1 f(1))$. Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente. Ermitteln Sie die Schnittpunkte von $t(x)$ mit $f(x)$.
c) In welchem Punkt hat $f(x)$ eine Normale mit der Steigung $1/8$? Geben Sie die Gleichung der Normalen an.	
4.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x; x \in \mathbb{R}$
	a) Zerlegen Sie $f(x)$ in Linearfaktoren und zeichnen Sie den Graphen.
	b) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an $f(x)$ in $x = 2$ und zeichnen Sie diese Tangente in das Koordinatensystem von a).
	c) Bestimmen Sie den Punkt $P(u f(u))$ so, dass die Tangente an $f(x)$ in P parallel zur Tangente an $f(x)$ im Ursprung ist.
d) An welcher Stelle hat $f(x)$ die kleinste Steigung ?	
5.	Ein Stein wird mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 7$ m/s senkrecht nach oben geworfen. Das Weg- Zeit- Gesetz lautet: $s(t) = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$ mit $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
	a) Nach welcher Zeit t ist die Geschwindigkeit des Steins Null?
	b) Berechnen Sie die maximale Steighöhe.