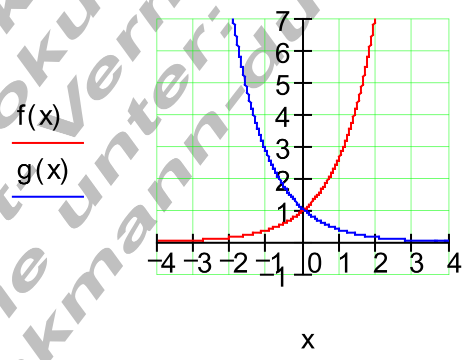
Lösungen Training Exponentialfunktionen I

Graphen, Nullstellen, e- Funktionen

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x)=e^x$ $g(x)=e^{-x}$ für $[-4\,;4]$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	$f(x)=e^x$ Grundfunktion $f(0)=e^0=1 \Rightarrow P_y(0\,\|\,1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$ $g(x)=e^{-x}$ gespiegelt an y $g(0)=e^{-0}=1 \Rightarrow P_y(0\,\|\,1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\infty\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$	$f(x) := e^x$ $g(x) := e^{-x}$ 

A2	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x) = -e^x$ für $[-5\,;3]$

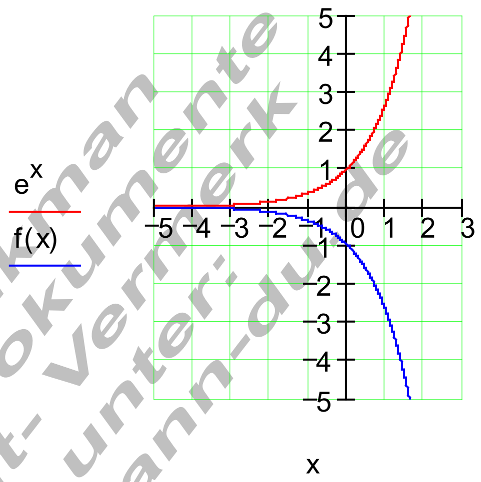
A2 Ausführliche Lösung

$f(x) = -e^x$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der $x-$Achse

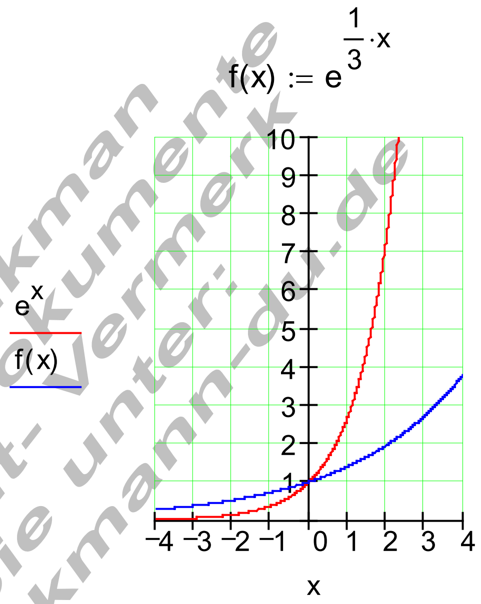
$f(0) = -e^0 = -1 \Rightarrow P_y(0\,|\,-1)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

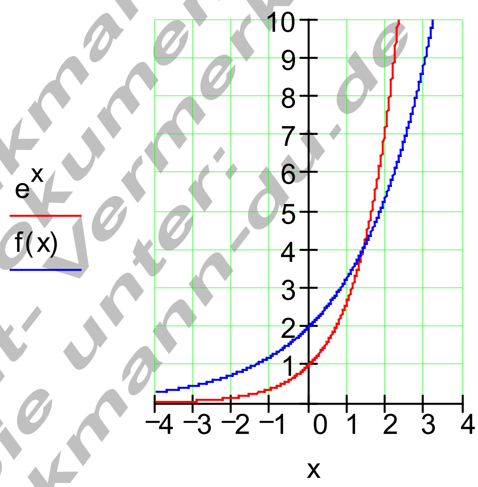
Nullstellen: keine
Extremwerte: keine
Wendepunkte: keine



A3	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x)=e^{\frac{1}{3}x}$ für $[-4;4]$

A3	**Ausführliche Lösung**	
	$f(x)=e^{\frac{1}{3}x}$ entsteht aus e^x durch Streckung in x – Richtung mit dem Faktor 3 $f(0)=e^0=1 \Rightarrow P_y(0\,\vert\,1)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$ Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine	

A4	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x}$ für $[-4\,;4]$

A4	**Ausführliche Lösung**	
	$f(x) = 2\cdot e^{\frac{1}{2}x}$ entsteht aus e^x durch Streckung in $x-$Richtung mit dem Faktor 2 durch Streckung in $y-$Richtung mit dem Faktor 2 $f(0) = 2\cdot e^0 = 2 \Rightarrow P_y(0\,|\,2)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$ Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine	$f(x) := 2\cdot e^{\frac{1}{2}\cdot x}$ 

A5	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x)=\frac{1}{2}e^{x+3}$ für $[-5;3]$

A5 Ausführliche Lösung

$f(x)=\frac{1}{2}\cdot e^{x+3}$ entsteht aus e^x

durch Verschiebung in negativer $x-$Richtung um 3 EH

durch Stauchung in $y-$Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$

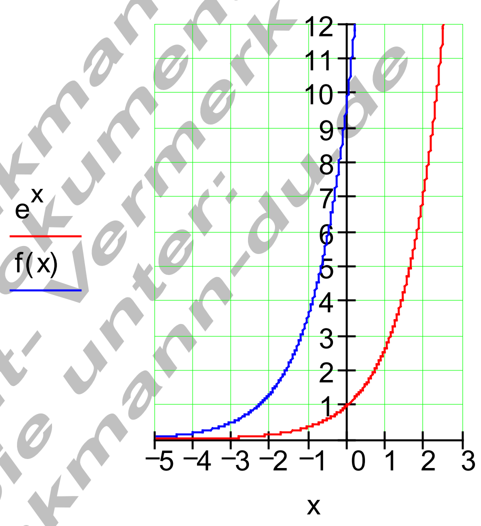
$$f(0)=\frac{1}{2}\cdot e^3\approx 10$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{1}{2}\cdot e^3\approx 10\right)$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0\,;\ \lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$$

Nullstellen: keine
Extremwerte: keine
Wendepunkte: keine

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot e^{x+3}$$



A6	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x) = e^{x-2} - 3$ für $[-4\,;4]$

A6 Ausführliche Lösung

$f(x) = e^{x-2} - 3$ entsteht aus e^x
durch Verschiebung in negativer y – Richtung um 3 EH
durch Verschiebung in positiver x – Richtung um 2 EH

$f(0) = e^{-2} - 3 \approx -2{,}86$

$\Rightarrow P_y\left(0 \mid e^{-2} - 3 \approx -2{,}86\right)$

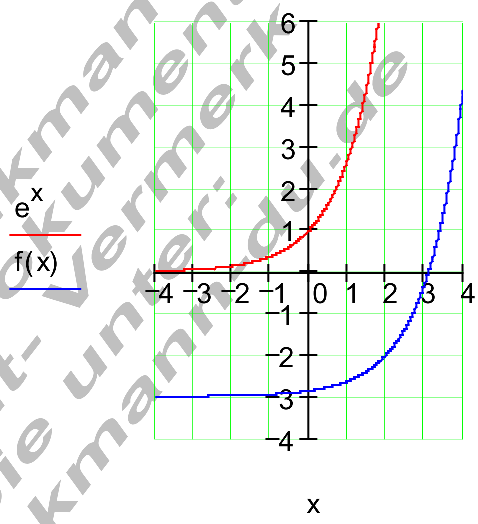
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -3\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$

Nullstelle: bei $x \approx 3{,}2$

Extremwerte: keine

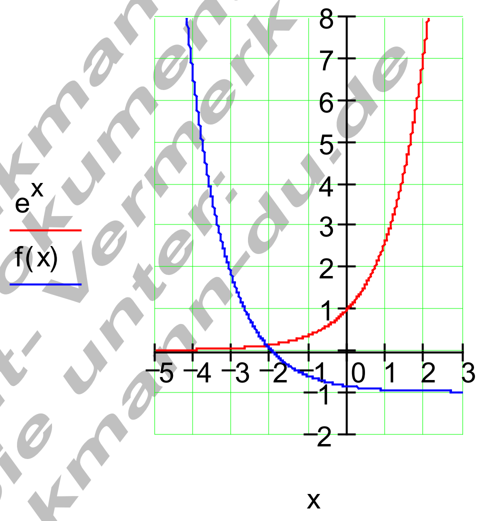
Wendepunkte: keine

$f(x) := e^{x-2} - 3$



Wird eine e-Funktion gespiegelt, gestreckt, gestaucht oder in x- Richtung verschoben, so schneidet sie die x- Achse nicht, hat also keine Nullstelle. Eine Nullstelle kann es nur dann geben, wenn der Graph in y- Richtung verschoben wird.

A7	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x) = e^{-(x+2)} - 1$ für $[-5;3]$

A7	**Ausführliche Lösung**	
	$f(x) = e^{-(x+2)} - 1$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der y – Achse durch Verschiebung in negativer y – Richtung um 1 EH durch Verschiebung in negativer x – Richtung um 2 EH $f(0) = e^{-2} - 1 \approx -0{,}86$ $\Rightarrow P_y\left(0 \mid e^{-2} - 1 \approx -0{,}86\right)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \infty$; $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = -1$ Nullstelle: bei $x \approx -1{,}8$ Extremwerte: keine Wendepunkte: keine	$f(x) := e^{-(x+2)} - 1$ 

A8	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x)=2\cdot e^{-\frac{1}{2}(x-1)}-2$ für $[-2;6]$

A8 Ausführliche Lösung

$f(x)=2\cdot e^{-\frac{1}{2}(x-1)}-2$

entsteht aus e^x

durch Spiegelung an der $y-$Achse

durch Verschiebung in negativer $y-$Richtung um 2 EH

durch Verschiebung in positiver $x-$Richtung um 1 EH

durch Streckung in $y-$Richtung mit dem Faktor 2

durch Streckung in $x-$Richtung mit dem Faktor 2

$f(0)=2\cdot e^{\frac{1}{2}}-2\approx 1{,}3$

$\Rightarrow P_y\left(0\,|\,2\cdot e^{\frac{1}{2}}-2\approx 1{,}3\right)$

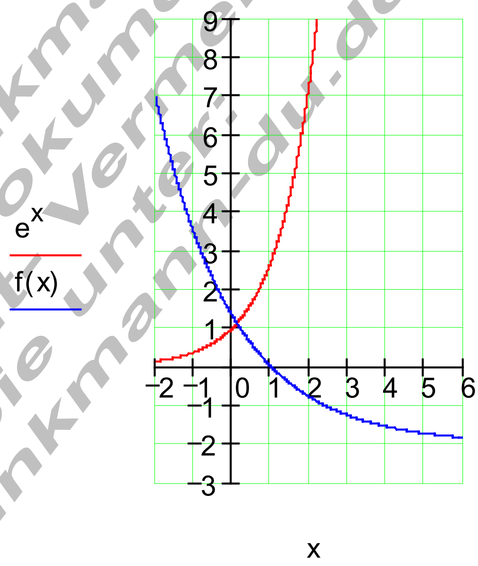
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\infty;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=-2$

Nullstelle: bei $x\approx 1{,}2$

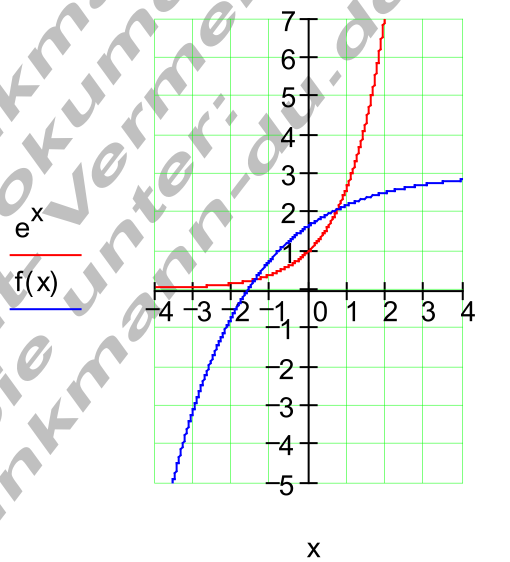
Extremwerte: keine

Wendepunkte: keine

$f(x) := 2\cdot e^{\frac{-1}{2}\cdot(x-1)}-2$



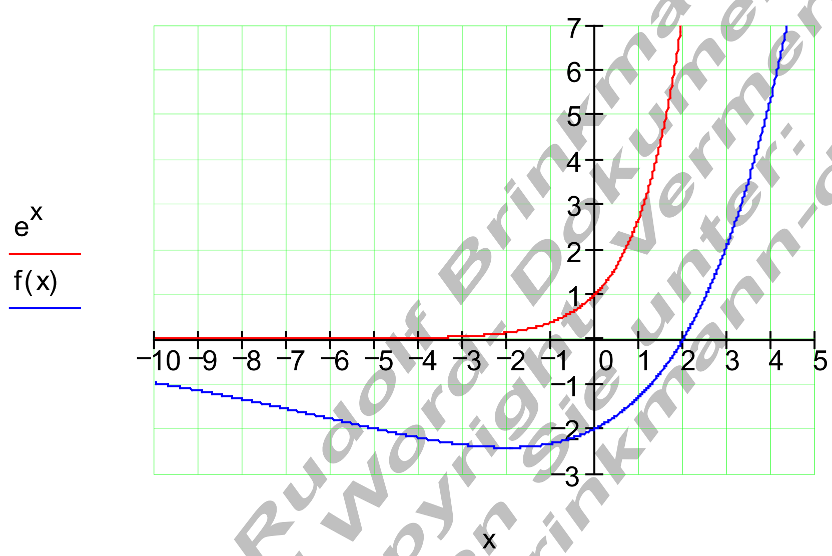
A9	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x) = -10e^{-\frac{1}{2}(x+4)} + 3$ für $[-4\,;4]$

A9	**Ausführliche Lösung**	
	$f(x) = -10e^{-\frac{1}{2}(x+4)} + 3$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der $y-$Achse durch Spiegelung an der $x-$Achse durch Verschiebung in positiver $y-$Richtung um 3 EH durch Verschiebung in negativer $x-$Richtung um 4 EH durch Streckung in $y-$Richtung mit dem Faktor 10 durch Streckung in $x-$Richtung mit dem Faktor 2 $f(0) = -10e^{-2} + 3 \approx 1{,}65$ $\Rightarrow P_y\left(0 \mid -10e^{-2} + 3 \approx 1{,}65\right)$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty\,;\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 3$ Nullstelle: bei $x \approx -1{,}6$ Extremwerte: keine Wendepunkte: keine	$f(x) := -10\cdot e^{\frac{-1}{2}\cdot(x+4)} + 3$ 

A10	**Aufgabe**	
	Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie den Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte am Graphen ab.	$f(x)=(x-2)e^{\frac{1}{4}x}$ für $[-10;5]$

A10 Ausführliche Lösung

$$f(x) := (x-2)\cdot e^{\frac{1}{4}\cdot x}$$



Die lineare Funktion $u(x)=x-2$ wird mit der e – Funktion $v(x)=e^{\frac{1}{4}x}$ verknüpft.

Daraus entsteht die Funktion $f(x)=u(x)\cdot v(x)=(x-2)e^{\frac{1}{4}x}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0 \qquad \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\infty$

Nullstelle bei $x=2$ Extremwert bei $x\approx-2$ Wendestelle bei $x\approx-6$

Eine e- Funktion, deren Verschiebung, Streckung oder Stauchung hat keine Extrem- und keine Wendepunkte. Erst wenn eine e- Funktion mit einer anderen Funktion verknüpft wird, können Extrem- und Wendepunkte auftreten.