Beispiel I Training quadratische Funktionen I

Ausführliches Beispiel zur Aufstellung einer Wertetabelle:

Um den Graphen einer ganzrationalen Funktion zeichnen zu können, ist es in den meisten Fällen notwendig, eine Wertetabelle aufzustellen.
Dazu ist ein Taschenrechner hilfreich, aber nicht immer notwendig.

Einfaches Beispiel, wobei die Funktionswerte ohne Taschenrechner berechnet werden. Funktionsgleichung: $f(x) = x^2 - 4x + 3$
Wir beginnen mit der Variablen x = 0.

$$x = 0 : f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1 : f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2 : f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3 : f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4 : f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5 : f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6 : f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

Sobald der Funktionswert größer als |10| wird, kann man in den meisten Fällen aufhören.

Jetzt werden die Funktionswerte für negative x - Werte berechnet.

$$x = -1 : f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2 : f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

Nun werden alle Werte in die Wertetabelle eingetragen.

x	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	–1	0	3	8	15

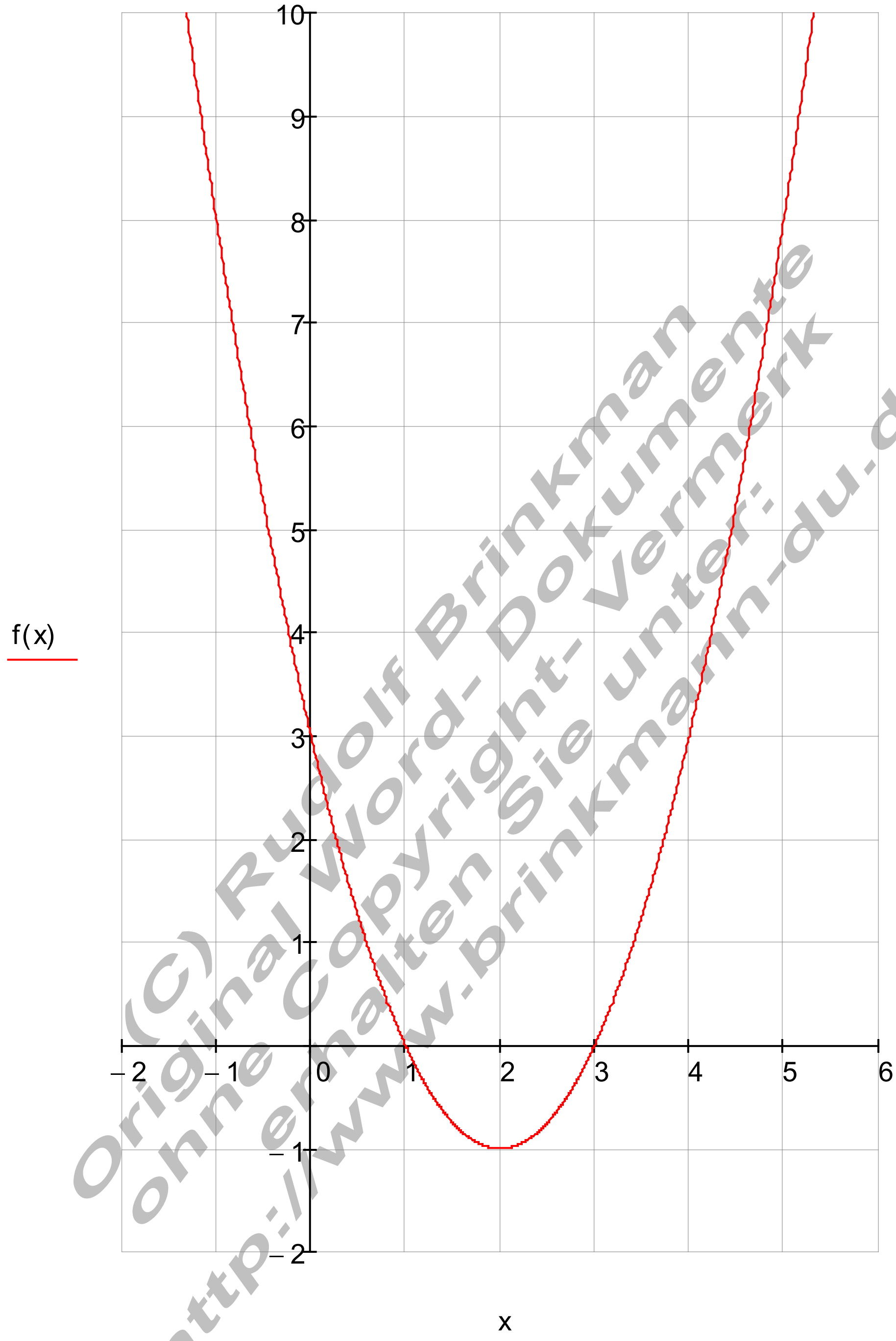
Mit den so erhaltenen Werten lässt sich der Graph von f(x) zeichnen.
Sollte sich beim zeichnen herausstellen, dass noch Zwischenwerte fehlen, so kann man diese nachträglich berechnen.

$$x = -\frac{1}{2} : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5{,}25$$
$$x = \frac{1}{2} : f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1{,}25$$

Nicht jeder ist fit mit dem Taschenrechner.
Um herauszufinden, wie gut Sie mit dem Taschenrechner umgehen können, berechnen Sie die letzten beiden Funktionswerte mit dem Rechner.

$f(x) = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15



Anspruchsvolles Beispiel, bei dem zur Lösung teilweise der Taschenrechner verwendet wird.
Wir beginnen mit der Variablen x = 0.

Funktionsgleichung: $f(x)=\frac{4}{5}x^2-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

$$x=0: f(0)=\frac{4}{5}\cdot 0^2-\frac{3}{4}\cdot 0-\frac{7}{2}=0-0-\frac{7}{2}=-\frac{7}{2}=-3{,}5$$

$$x=1: f(1)=\frac{4}{5}\cdot 1^2-\frac{3}{4}\cdot 1-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}-\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}-\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{69}{20}=-3{,}45$$

$$x=2: f(2)=\frac{4}{5}\cdot 2^2-\frac{3}{4}\cdot 2-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}-\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=-\frac{18}{10}=-\frac{9}{5}=-1{,}8$$

$$x=3: f(3)=\frac{4}{5}\cdot 3^2-\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}-\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}-\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{29}{20}=1{,}45$$

$$x=4: f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6{,}3$$

$$x=5: f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2}=20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12{,}75$$

Jetzt werden die Funktionswerte für negative x - Werte berechnet.

$$x=-1: f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2: f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3: f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4: f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

Nun werden alle Werte in die Wertetabelle eingetragen.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

Mit den so erhaltenen Werten lässt sich der Graph von f(x) zeichnen.
Sollte sich beim zeichnen herausstellen, dass noch Zwischenwerte fehlen, so kann man diese nachträglich berechnen.

$$x=-\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

$$f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$$

$\Rightarrow$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	−1,95	−3,5	−3,45	−1,8	1,45	6,3	12,75