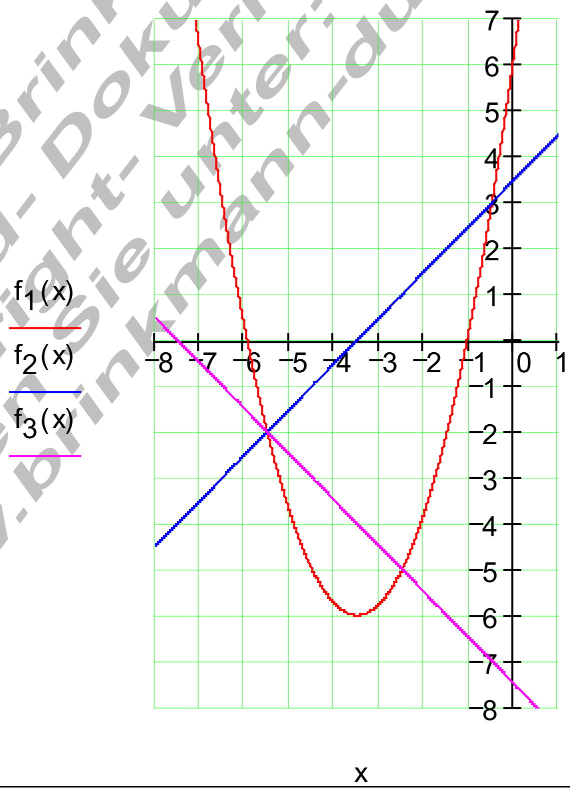
Lösungen Parabel und Gerade II

Ergebnisse und ausführliche Lösungen:

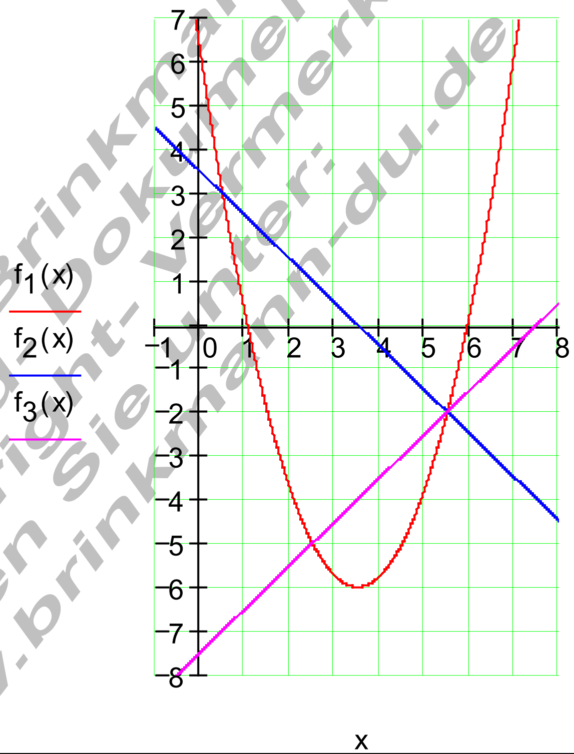
E1	**Aufgabe**	
	Eine Parabel mit der Funktion $f_1(x)$ wird von einer Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ in den Punkten P_1 und P_2 geschnitten, wobei P_2 der tieferliegende Punkt sein soll. Rechtwinklig zu der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ verläuft eine zweite Gerade mit der Funktion $f_3(x)$ durch den Punkt P_2. Berechnen Sie:	$f_1(x)=\left(x+\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=x+\frac{7}{2}$
	a) Die Schnittpunkte P_1 und P_2 von Parabel und Gerade.	
	b) Die Funktion $f_3(x)$ der rechtwinklig zu $f_2(x)$ verlaufenden Geraden.	
	c) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen.	

E1	**Ergebnisse**		
	a)	Schnittpunkte P_1 und P_2 von Parabel und Gerade. $P_1\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,3\right)$ $P_2\left(-\frac{11}{2}\,\middle|\,-2\right)$	
	b)	Die Funktion $f_3(x)$ der rechtwinklig zu $f_2(x)$ verlaufenden Geraden: $f_3(x)=-x-\frac{15}{2}$	
	c)	Scheitelpunktkoordinaten der Parabel: $S\left(-\frac{7}{2}\,\middle|\,-6\right)$ Graphen nebenstehend.	

A2	**Aufgabe**
	Verschieben Sie die Parabel f(x) so in y – Richtung, dass sie die Gerade g berührt. Berechnen Sie die Verschiebung von f(x) und den Berührungspunkt. $f(x) = 0{,}5x^2 + 3x\,;\qquad g: 2y - 4x + 8 = 0$

A2	**Ausführliche Lösung**
	$f(x) = 0{,}5x^2 + 3x\,;\ g: 2y - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 2x - 4$ Verschiebung von f(x) in y – Richtung: $f^*(x) = 0{,}5x^2 + 3x + a_0$ $f^*(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2a_0 + 8 = 0$ $\Rightarrow p = 2\,;\ q = 2a_0 + 8 \Rightarrow D = -2a_0 - 7$ Bedingung für $D = 0$ $\Leftrightarrow -2a_0 - 7 = 0 \Leftrightarrow a_0 = -3{,}5 \Rightarrow f^*(x) = 0{,}5x^2 + 3x - 3{,}5$ Berührungspunkt: Für $D = 0$ gilt: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$ $g(-1) = -6 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1 \mid -6)}}$ Die Parabel wird um 3,5 Einheiten nach unten verschoben.

E3	**Aufgabe**	
	Eine Parabel mit der Funktion $f_1(x)$ wird von einer Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ in den Punkten P_1 und P_2 geschnitten, wobei P_2 der tieferliegende Punkt sein soll. Rechtwinklig zu der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ verläuft eine zweite Gerade mit der Funktion $f_3(x)$ durch den Punkt P_2. Berechnen Sie:	$f_1(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=-x+\frac{7}{2}$
	a) Die Schnittpunkte P_1 und P_2 von Parabel und Gerade.	
	b) Die Funktion $f_3(x)$ der rechtwinklig zu $f_2(x)$ verlaufenden Geraden.	
	c) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen.	

E3	**Ergebnisse**	
	a) Schnittpunkte P_1 und P_2 von Parabel und Gerade. $P_1\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,3\right)$ $P_2\left(\frac{11}{2}\,\middle|\,-2\right)$	
	b) Die Funktion $f_3(x)$ der rechtwinklig zu $f_2(x)$ verlaufenden Geraden: $f_3(x)=x-\frac{15}{2}$	
	c) Scheitelpunktkoordinaten der Parabel: $S\left(\frac{7}{2}\,\middle|\,-6\right)$ Graphen nebenstehend.	

A4	**Aufgabe**	
	Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}\,;\; x \in \mathbb{R}$	
	a)	Die Ursprungsgerade g(x) verläuft durch A(1 | 6). Berechnen Sie die Schnittpunkte von f(x) mit g(x).
	b)	Welche Parallele zu g(x) berührt f(x)? Berechnen Sie den Berührungspunkt. Welche Parallelen zu g(x) haben mit f(x) keinen Berührungspunkt?

A4 Ausführliche Lösung

a)

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}$; Ursprungsgerade: $g(x) = a_1 x$

$A(1|6): g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$

$p = 2\,;\, q = -3 \Rightarrow D = 4$

$\Rightarrow x_1 = 1;\, g(1) = 6 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$

$x_2 = -3\,;\, g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$

A4 Ausführliche Lösung

b)

Parallele zu $g(x)$: $g^*(x) = 6x + a_0$

$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$

$p = 2\,;\, q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$

Bedingung für Berührung: $D = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6$

$\Rightarrow g^*(x) = 6x + 6$

Wegen $D = 0$ ist der Berührungspunkt:

$x_{1/2} = -1;\, g^*(-1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$

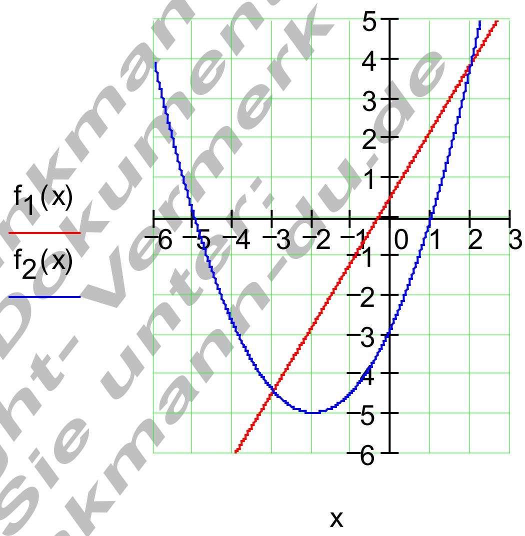
Kein Berührungspunkt für $D < 0$:

$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$

Alle Parallelen zu $g(x)$ mit $g^*(x) = 6x + a_0$ mit

$a_0 > 6$ haben keinen Berührungspunkt mit $f(x)$.

E5	Aufgabe		
	Eine Parabel schneidet die Ordinatenachse (y – Achse) im Punkt P_1 und wird in den Punkten P_2 und P_3 von einer Geraden mit der Funktion $f_1(x)$ geschnitten. Berechnen Sie:		
	a)	Die Punkte P_2 und P_3.	$f_1(x) = \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}$
	b)	Die Funktion der $f_2(x)$ der Parabel.	
	c)	Die Scheitelpunktform von $f_2(x)$.	$P_1\left(0 \mid -\frac{25}{9}\right); P_2(2 \mid y_2); P_3(-3 \mid y_3)$
	d)	Den Scheitelpunkt.	
	e)	Die Achsenschnittpunkte.	

E5	Ergebnisse		
	a)	Die Punkte P_2 und P_3: $P_2\left(2 \mid \frac{35}{9}\right) \quad P_3\left(-3 \mid -\frac{40}{9}\right)$	
	b)	Die Funktion $f_2(x)$ der Parabel: $f_2(x) = \frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x - \frac{25}{9}$	
	c)	Die Scheitelpunktform von $f_2(x)$: $f_2(x) = \frac{5}{9}(x+2)^2 - 5$	
	d)	Den Scheitelpunkt: $S(-2 \mid -5)$	
	e)	Die Achsenschnittpunkte: $P_{x_1}(-5 \mid 0) \quad P_{x_2}(1 \mid 0)$ $P_y = P_1\left(0 \mid -\frac{25}{9}\right)$	

E6	Aufgabe
	Gegeben sind eine Parabel und eine Gerade durch ihre Wertetabelle. Wie liegen Parabel und Gerade zueinander? Auf welchem Bereich verläuft die Parabel oberhalb der Geraden?

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f_1(x)$	–6	0	4	6	6	4	0
$f_2(x)$	–1	0	1	2	3	4	5

E6	Ergebnis
	Aus der Wertetabelle lässt sich ablesen: $f_1(x)$ ist die Funktionsgleichung der Parabel. $f_2(x)$ ist die Funktionsgleichung der Geraden. Parabel und Gerade schneiden sich in S_1 (-2 | 9) und S_2 (2 | 4). Die Parabel ist nach unten geöffnet. Die Parabel verläuft oberhalb der Geraden im Intervall $I = \{ x \mid -2 < x < 4 \}_R$