Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

8. Ableiten mit Produkt- und Kettenregel

Aufgaben

Differenzieren Sie folgende Funktionen mit den Ihnen bekannten Regeln.			
1.	$f(x) = (x+a)^2 - e^{2x-3}$	2.	$f(x) = \left(1 - e^{ax}\right)^2$
3.	$f(x) = \left(e^{2x} + e^{-x}\right)^2$	4.	$f(x) = (x+1)e^x$
5.	$f(x) = (3-2x)e^{-\frac{1}{2}x}$	6.	$f(x) = a(x-3)e^{4x-3}$
7.	$f(x) = \frac{x^2+1}{e^x}$	8.	$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$
9.	$f(x) = \frac{x}{x-1}$	10.	$f(x) = \frac{1}{x}\left(x^2 - 4\right)$

P7_diff_int_t_04.doc

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne diesen Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.matheaufgaben-du.de

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

8. Ableiten mit Produkt- und Kettenregel

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

$$f(x) = (x+a)^2 - e^{2x-3} = u(x) - v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) - v'(x)$$

Kettenregel: $u(x) = (x+a)^2 \Rightarrow u'(x) = 1 \cdot 2(x+a)$

$v(x) = e^{2x-3} \Rightarrow v'(x) = 2 \cdot e^{2x-3}$

$$f'(x) = 2(x+a) - 2 \cdot e^{2x-3} = \underline{\underline{2\left(x+a-e^{2x-3}\right)}}$$

A2 Ausführliche Lösung

$$f(x) = \left(1-e^{ax}\right)^2 = f\left[z(x)\right] \Rightarrow f'(x) = f'(z) \cdot z'(x)$$

innere Ableitung: $z(x) = \left(1-e^{ax}\right) \Rightarrow z'(x) = -a \cdot e^{ax}$

äußere Ableitung: $f(z) = z^2 \Rightarrow f'(z) = 2z = 2\left(1-e^{ax}\right)$

$$f'(x) = 2\left(1-e^{ax}\right) \cdot \left(-a \cdot e^{ax}\right) = \underline{\underline{-2a \cdot e^{ax}\left(1-e^{ax}\right)}}$$

A3 Ausführliche Lösung

$$f(x) = \left(e^{2x} + e^{-x}\right)^2 = f\left[z(x)\right] \Rightarrow f'(x) = f'(z) \cdot z'(x)$$

innere Ableitung: $z(x) = \left(e^{2x} + e^{-x}\right) \Rightarrow z'(x) = 2e^{2x} - e^{-x}$

äußere Ableitung: $f(z) = z^2 \Rightarrow f'(z) = 2z = 2\left(e^{2x} + e^{-x}\right)$

$$f'(x) = \underline{\underline{2\left(e^{2x} + e^{-x}\right) \cdot \left(2e^{2x} - e^{-x}\right)}}$$

A4 Ausführliche Lösung

$$f(x) = (x+1)e^x = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'v + uv'$$

$$u = (x+1);\ u' = 1;\ v = e^x;\ v' = e^x$$

$$f'(x) = 1 \cdot e^x + (x+1)e^x = \left[1 + (x+1)\right]e^x = \underline{\underline{(x+2)e^x}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente ohne diesen Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.matheaufgaben-du.de

A5	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(3-2x)e^{-\frac{1}{2}x}=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'v+uv'$ $u=(3-2x)\,;u'=-2\,;v=e^{-\frac{1}{2}x}\,;v'=-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}$ $f'(x)=-2\cdot e^{-\frac{1}{2}x}+(3-2x)\cdot\left(-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\right)=-2\cdot e^{-\frac{1}{2}x}-\frac{1}{2}(3-2x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x}=\underline{\underline{\left(x-\frac{7}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}x}}}$

A6	Ausführliche Lösung
	$f(x)=a(x-3)e^{4x-3}=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'v+uv'$ $u=a(x-3)\,;u'=a\,;v=e^{4x-3}\,;v'=4e^{4x-3}$ $f'(x)=a\cdot e^{4x-3}+a(x-3)\cdot 4e^{4x-3}=\underline{\underline{a\cdot e^{4x-3}(4x-11)}}$

A7	Ausführliche Lösung
	$f(x)=\frac{x^2+1}{e^x}=\frac{u(x)}{v(x)}\Rightarrow f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u=x^2+1;u'=2x\,;v=e^x\,;v'=e^x\,;v^2=e^x\cdot e^x$ $f'(x)=\frac{2x\cdot e^x-(x^2+1)e^x}{e^x\cdot e^x}=\underline{\underline{\frac{-x^2+2x-1}{e^x}}}$

A8	Ausführliche Lösung
	$f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}\Rightarrow f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u=e^x-1;u'=e^x\,;v=e^x+1;v'=e^x\,;v^2=(e^x+1)^2$ $f'(x)=\frac{e^x(e^x+1)-(e^x-1)e^x}{(e^x+1)^2}=\frac{e^x\left[(e^x+1)-(e^x-1)\right]}{(e^x+1)^2}=\underline{\underline{\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}}}$

A9	Ausführliche Lösung
	$f(x)=\frac{x}{x-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u=x\,;u'=1;v=x-1;v'=1;v^2=(x-1)^2$ $f'(x)=\frac{1\cdot(x-1)-x\cdot 1}{(x-1)^2}=\underline{\underline{-\frac{1}{(x-1)^2}}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne diesen Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.matheaufgaben-du.de

A10	Ausführliche Lösung
	$f(x) = \frac{1}{x}\left(x^2 - 4\right) = x - \frac{4}{x} = x - 4x^{-1}$ $f'(x) = 1 - \left(-1 \cdot 4x^{-2}\right) = 1 + \underline{\underline{\frac{4}{x^2}}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne diesen Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.matheaufgaben-du.de