

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

6. Integrieren einfacher e- Funktionen

Aufgaben

Integrieren Sie folgende Funktionen. Das Ergebnis von Aufgabe 1 bis 4 ist durch eine Probe zu kontrollieren.			
1.	$\int -e^{-x} dx$	2.	$\int \frac{1}{2} e^{2x} dx$
3.	$\int 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx$	4.	$\int \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4} dx$
5.	$\int_0^2 e^{1-x} dx$	6.	$\int_{-1}^2 e^{\frac{1}{2}x} dx$
7.	$\int_1^2 e^{4-2x} dx$	8.	$\int_0^{\ln(2)} -\frac{1}{2} e^{-x} dx$
9.	$\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx$	10.	$\int_0^4 -\frac{1}{2} e^{-\frac{1}{4}x} dx$

P7_diff_int_t_02.doc

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokument
ohne diesen Copyright-Kermerk
erhalten Sie unter:
<http://www.matheaufgaben-du.de>

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

6. Integrieren einfacher e- Funktionen

Ausführliche Lösungen:

A1	<p>Ausführliche Lösung</p> $F(x) = \int F'(x) dx = \int -e^{-x} dx = -\int e^{-x} dx$ <p>Substitution : $u(x) = -x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -1 \Leftrightarrow dx = -du$</p> $-\int e^{-x} dx = -\int (-1) \cdot e^u du = \int e^u du = e^u + C$ $\Rightarrow F(x) = \int -e^{-x} dx = \underline{\underline{e^{-x} + C}}$ <p>Probe : $F(x) = e^{-x} + C \Rightarrow F'(x) = -e^{-x}$</p>
A2	<p>Ausführliche Lösung</p> $F(x) = \int F'(x) dx = \int \frac{1}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} dx$ <p>Substitution : $u(x) = 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = 2 \Leftrightarrow dx = \frac{1}{2} du$</p> $\int \frac{1}{2} e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{2} e^u du = \frac{1}{4} \int e^u du = \frac{1}{4} e^u + C$ $\Rightarrow F(x) = \int \frac{1}{2} e^{2x} dx = \underline{\underline{\frac{1}{4} e^{2x} + C}}$ <p>Probe : $F(x) = \frac{1}{4} e^{2x} + C \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{2} e^{2x}$</p>
A3	<p>Ausführliche Lösung</p> $F(x) = \int F'(x) dx = \int 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx = 2 \int e^{-\frac{1}{4}x} dx$ <p>Substitution : $u(x) = -\frac{1}{4}x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow dx = -4 \cdot du$</p> $\int 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx = 2 \int (-4) \cdot e^u du = -8 \int e^u du = -8 \cdot e^u + C$ $\Rightarrow F(x) = \int 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx = \underline{\underline{-8 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} + C}}$ <p>Probe : $F(x) = -8 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} + C \Rightarrow F'(x) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$</p>

A4	<p>Ausführliche Lösung</p> $F(x) = \int F'(x) dx = \int \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4} dx = \frac{3}{4} \int e^{3x-4} dx$ <p>Substitution: $u(x) = 3x - 4 \Rightarrow \frac{du}{dx} = 3 \Leftrightarrow dx = \frac{1}{3} \cdot du$</p> $\int \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4} dx = \frac{3}{4} \int \frac{1}{3} \cdot e^u du = \frac{1}{4} \int e^u du = \frac{1}{4} \cdot e^u + C$ $\Rightarrow F(x) = \int \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4} dx = \frac{1}{4} \cdot e^{3x-4} + C$ <p>Probe: $F(x) = \frac{1}{4} \cdot e^{3x-4} + C \Rightarrow F'(x) = \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4}$</p>
A5	<p>Ausführliche Lösung</p> $\int_0^2 e^{1-x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = 1 - x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -1 \Leftrightarrow dx = -du$ <p>untere Grenze: $u(0) = 1 - 0 = 1$ obere Grenze: $u(2) = 1 - 2 = -1$</p> $\int_0^2 e^{1-x} dx = \int_1^{-1} (-1) \cdot e^u du = - \int_1^{-1} e^u du = \int_{-1}^1 e^u du = \left[e^u \right]_{-1}^1 = e^1 - e^{-1} = e - \frac{1}{e} \approx \underline{\underline{2,350}}$
A6	<p>Ausführliche Lösung</p> $\int_{-1}^2 e^{\frac{1}{2}x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = \frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{du}{dx} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow dx = 2 \cdot du$ <p>untere Grenze: $u(-1) = \frac{1}{2} \cdot (-1) = -\frac{1}{2}$ obere Grenze: $u(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$</p> $\int_{-1}^2 e^{\frac{1}{2}x} dx = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^1 e^u du = 2 \cdot \left[e^u \right]_{-\frac{1}{2}}^1 = 2 \cdot \left[e^1 - e^{-\frac{1}{2}} \right] \approx \underline{\underline{4,224}}$
A7	<p>Ausführliche Lösung</p> $\int_1^2 e^{4-2x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = 4 - 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -2 \Leftrightarrow dx = -\frac{1}{2} \cdot du$ <p>untere Grenze: $u(1) = 4 - 2 = 2$ obere Grenze: $u(2) = 4 - 4 = 0$</p> $\int_1^2 e^{4-2x} dx = -\frac{1}{2} \int_2^0 e^u du = \frac{1}{2} \int_0^2 e^u du = \frac{1}{2} \cdot \left[e^u \right]_0^2 = \frac{1}{2} \cdot \left[e^2 - e^0 \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[e^2 - 1 \right] \approx \underline{\underline{3,195}}$

A8	Ausführliche Lösung
$\int_0^{\ln(2)} -\frac{1}{2} e^{-x} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{\ln(2)} e^{-x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = -x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -1 \Leftrightarrow dx = -du$ <p>untere Grenze: $u(0) = 0$ obere Grenze: $u(\ln(2)) = -\ln(2)$</p> $-\frac{1}{2} \int_0^{\ln(2)} e^{-x} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{-\ln(2)} (-1) \cdot e^u du = \frac{1}{2} \int_0^{-\ln(2)} e^u du = -\frac{1}{2} \int_{-\ln(2)}^0 e^u du$ $= -\frac{1}{2} \cdot [e^u]_{-\ln(2)}^0 = -\frac{1}{2} \cdot [e^0 - e^{-\ln(2)}] = -\frac{1}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{e^{\ln(2)}}\right] = -\frac{1}{2} \cdot \left[1 - \frac{1}{2}\right] = \underline{\underline{-\frac{1}{4}}}$ <p>Bemerkung: $e^{\ln(a)} = a \Rightarrow e^{\ln(2)} = 2$</p>	

A9	Ausführliche Lösung
$\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx = 4 \int_1^2 e^{4-2x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = 4 - 2x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -2 \Leftrightarrow dx = -\frac{1}{2} du$ <p>untere Grenze: $u(1) = 4 - 2 = 2$ obere Grenze: $u(2) = 4 - 4 = 0$</p> $4 \int_1^2 e^{4-2x} dx = 4 \int_2^0 \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot e^u du = -2 \int_2^0 e^u du = 2 \int_0^2 e^u du$ $= 2 \cdot [e^u]_0^2 = 2 \cdot [e^2 - e^0] = 2 \cdot [e^2 - 1] \approx \underline{\underline{12,778}}$	

A10	Ausführliche Lösung
$\int_0^4 -\frac{1}{2} \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx = -\frac{1}{2} \int_0^4 e^{-\frac{1}{4}x} dx \quad \text{Substitution: } u(x) = -\frac{1}{4}x \Rightarrow \frac{du}{dx} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow dx = -4 \cdot du$ <p>untere Grenze: $u(0) = 0$ obere Grenze: $u(4) = -\frac{1}{4} \cdot 4 = -1$</p> $-\frac{1}{2} \int_0^4 e^{-\frac{1}{4}x} dx = -\frac{1}{2} \int_0^{-1} (-4) \cdot e^u du = 2 \int_0^{-1} e^u du = -2 \int_{-1}^0 e^u du$ $= -2 \cdot [e^u]_{-1}^0 = -2 [e^0 - e^{-1}] \approx \underline{\underline{-1,264}}$	