Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

3. Potenz- u. Logarithmengesetze anwenden

Aufgaben

Vereinfachen Sie mit den Ihnen bekannten Potenz- und Logarithmengesetzen folgende Terme.			
1.	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}$	2.	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}$
3.	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$	4.	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}$
5.	$\frac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^{2}-\left(\frac{2}{e^{x}}\right)^{2}$	6.	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}$
7.	$\ln\left(e^{2}\right)-3\ln\left(\frac{e}{2}\right)$	8.	$\ln\left(2e^{2}\right)+\ln\left(\frac{e}{2}\right)$
9.	$e^{\ln(k)+1}$	10.	$\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}$

p4_pot_log_t_01.doc

Potenzgesetze

$a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n}$	$\frac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n}$	$a^{n}\cdot b^{n}=(a\cdot b)^{n}$	$\frac{a^{n}}{b^{n}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{n}$
$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}$	$\sqrt[n]{a^{m}}=a^{\frac{m}{n}}$	$a^{0}=1$	$\frac{1}{a^{n}}=a^{-n}$

Allgemeine Logarithmengesetze

$a^{b}=c\Leftrightarrow b=\log_{a}(c)$	$\log_{10}(c)=\lg(c)$	$\log_{e}(c)=\ln(c)$
$\log_{a}(u\cdot v)=\log_{a}(u)+\log_{a}(v)$	$\log_{a}\left(\frac{u}{v}\right)=\log_{a}(u)-\log_{a}(v)$	$\log_{a}\left(c^{q}\right)=q\cdot\log_{a}(c)$

Besonderheiten bei speziellen Basen

Basis 10	$10^{0}=1$	$\lg(1)=0$	$\lg(10)=1$	$c=10^{\lg(c)}$
Basis e	$e^{0}=1$	$\ln(1)=0$	$\ln(e)=1$	$c=e^{\ln(c)}$
Basis a	$a^{0}=1$	$\log_{a}(1)=0$	$\log_{a}(a)=1$	$c=a^{\log_{a}(c)}$

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

3. Potenz- u. Logarithmengesetze anwenden

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}=e^{2x}+e^{-2x}+2$

E2	Ergebnis
	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}=e^{2x}+5\cdot e^{x}-1$

E3	Ergebnis
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}=e^{4x-1}$

E4	Ergebnis
	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}=\frac{1}{e}$

E5	Ergebnis
	$\frac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^{2}-\left(\frac{2}{e^{x}}\right)^{2}=0$

E6	Ergebnis
	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}=-2k$

E7	Ergebnis
	$\ln\left(e^{2}\right)-3\ln\left(\frac{e}{2}\right)=3\cdot\ln(2)-1$

E8	Ergebnis
	$\ln\left(2e^{2}\right)+\ln\left(\frac{e}{2}\right)=3$

E9	Ergebnis
	$e^{\ln(k)+1}=k\cdot e$

E10	Ergebnis
	$\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}=\frac{8}{9k}$

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	$\left(e^x + e^{-x}\right)^2 = e^x \cdot e^x + 2\cdot e^x \cdot e^{-x} + e^{-x}\cdot e^{-x}$ $= e^{x+x} + 2\cdot e^{x-x} + e^{-x-x}$ $= e^{2x} + 2\cdot e^0 + e^{-2x}$ mit $e^0 = 1$ wird $= e^{2x} + 2\cdot 1 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}}$

A2	Ausführliche Lösung
	$\left(e^x - e^{-x} + 5\right)\cdot e^x = e^x\cdot e^x - e^{-x}\cdot e^x + 5\cdot e^x$ $= e^{x+x} - e^{-x+x} + 5\cdot e^x$ $= e^{2x} - e^0 + 5\cdot e^x = e^{2x} - 1 + 5\cdot e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5\cdot e^x - 1}}$

A3	Ausführliche Lösung
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{3x+1}\cdot e^{-(-x+2)} = e^{3x+1-(-x+2)} = e^{3x+1+x-2} = \underline{\underline{e^{4x-1}}}$

A4	Ausführliche Lösung
	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3} = e^{-x+(-x+2)+2x-3} = e^{-x-x+2+2x-3} = e^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{e}}}$

A5	Ausführliche Lösung
	$\frac{1}{e^{2x}} + 3\left(e^{-x}\right)^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = e^{-2x} + 3\cdot e^{-2x} - \left(\frac{4}{e^{2x}}\right) = 4\cdot e^{-2x} - 4\cdot e^{-2x} = \underline{\underline{0}}$

A6	Ausführliche Lösung
	$e^{\ln(2k)} - 2k\cdot e^{\ln(2)}$ mit $e^{\ln(x)} = x$ wird $e^{\ln(2k)} - 2k\cdot e^{\ln(2)} = 2k - 2k\cdot 2 = 2k - 4k = \underline{\underline{-2k}}$

A7	Ausführliche Lösung
	$\ln\left(e^2\right) - 3\ln\left(\frac{e}{2}\right) = 2\cdot\ln(e) - 3\left[\ln(e) - \ln(2)\right]$ mit $\ln(e) = 1$ wird $= 2\cdot 1 - 3\left[1 - \ln(2)\right] = 2 - 3 + 3\cdot\ln(2) = \underline{\underline{3\cdot\ln(2) - 1}}$

A8	Ausführliche Lösung
	$\ln\left(2e^2\right) + \ln\left(\frac{e}{2}\right) = \ln(2) + \ln\left(e^2\right) + \ln(e) - \ln(2)$ $= \ln(2) + 2\cdot\ln(e) + \ln(e) - \ln(2) = 3\cdot\ln(e) = \underline{\underline{3}}$

A9	Ausführliche Lösung
	$e^{\ln(k)+1} = e^{\ln(k)} \cdot e^1 = \underline{\underline{k \cdot e}}$

A10	Ausführliche Lösung
	$\frac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{e^{\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\frac{3}{4}k} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\frac{1}{1}}{\frac{3k}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3k} = \underline{\underline{\frac{8}{9k}}}$