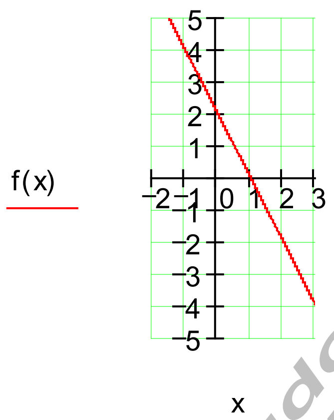
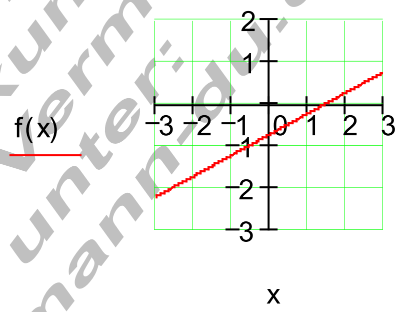
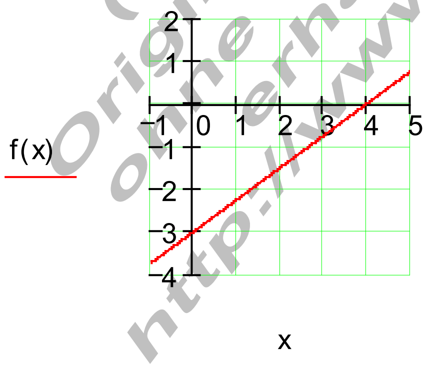
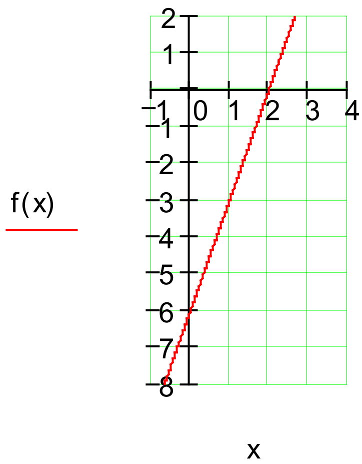
Lösungen lineare Funktionen Teil VII

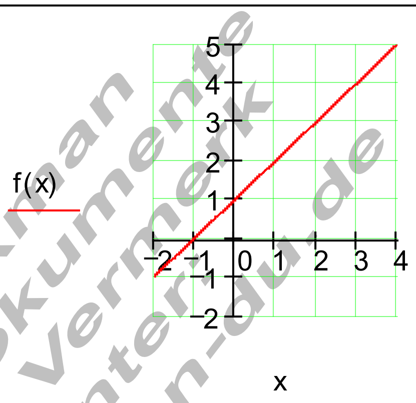
Ausführliche Lösungen:

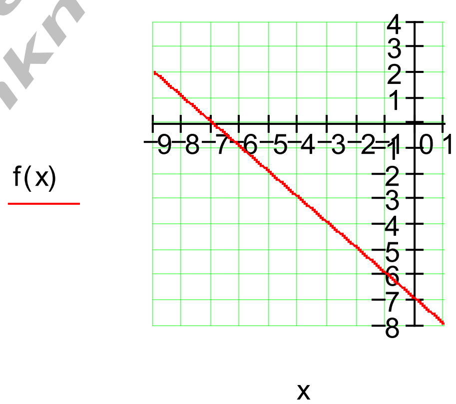
A1	Aufgabe			
	Zeichnen Sie die Graphen der folgenden linearen Funktionen:			
	a)	$f(x) = -2x + 2$	b)	$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$
	c)	$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$	d)	$f(x) = 3x - 6$

A1	Ausführliche Lösungen			
	a)	$f(x) = -2x + 2$ 	b)	$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ 

A1	Ausführliche Lösungen			
	c)	$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ 	d)	$f(x) = 3x - 6$ 

A2	**Aufgabe**			
	Die Steigung a_1 einer Geraden ist bekannt. Gegeben ist zusätzlich ein Punkt P, der auf der Geraden liegen soll. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.			
	a)	$a_1 = 1 \qquad P(3 \mid 4)$	b)	$a_1 = -1 \qquad P(-8 \mid 1)$
	c)	$a_1 = \frac{1}{2} \qquad P(4 \mid 3)$	d)	$a_1 = -\frac{1}{2} \qquad P(-4 \mid 3)$

A2	**Ausführliche Lösungen**		
	a)	$f(x) = a_1x + a_0$ $a_1 = 1$ $\Rightarrow f(x) = x + a_0$ $P(3 \mid 4): f(3) = 4$ $\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 \mid -3$ $\Leftrightarrow a_0 = 1$ $\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$	

A2	**Ausführliche Lösungen**		
	b)	$f(x) = a_1x + a_0$ $a_1 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -x + a_0$ $P(-8 \mid 1): f(-8) = 1$ $\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 \mid -8$ $\Leftrightarrow a_0 = -7$ $\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$	

A2 Ausführliche Lösungen

c)

$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = \frac{1}{2}$

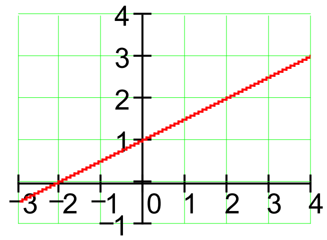
$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$

$P(4 \mid 3): f(4) = 3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 4 + a_0 = 3 \mid -2$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$



A2 Ausführliche Lösungen

d)

$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = -\frac{1}{2}$

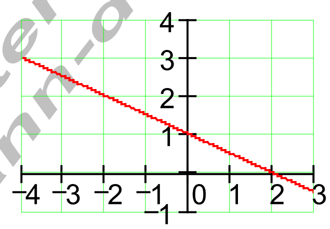
$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$

$P(-4 \mid 3): f(-4) = 3$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \cdot (-4) + a_0 = 3 \mid -2$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

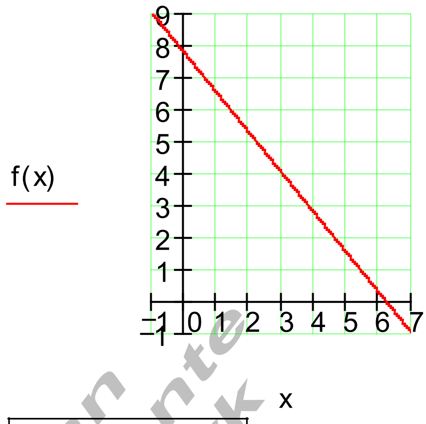
$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$

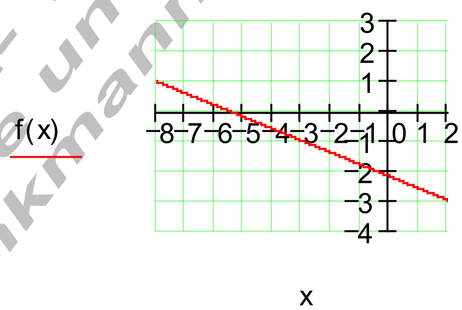


A3 Aufgabe

Gegeben sind die Punkte P_1 und P_2 die auf einer Geraden liegen sollen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

a)	$P_1\ (3 \mid 4)\quad P_2\ (7 \mid -1)$	b)	$P_1\ (-8 \mid 1)\quad P_2\ (2 \mid -3)$
c)	$P_1\ (4 \mid 3)\quad P_2\ (-7 \mid -1)$	d)	$P_1\ (4 \mid 2)\quad P_2\ (-4 \mid -4)$

A3	Ausführliche Lösungen	
	a) $f(x)=a_1x+a_0\,;P_1\left(\underbrace{3}_{x_1}\mid\underbrace{4}_{y_1}\right);P_2\left(\underbrace{7}_{x_2}\mid\underbrace{-1}_{y_2}\right)$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{7-3}=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow a_1=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$ $P_1(3\mid 4):f(3)=4$ $\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\mid+\frac{15}{4}$ $\Leftrightarrow a_0=\frac{31}{4}$	 $\Rightarrow \boxed{f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}}$

A3	Ausführliche Lösungen	
	b) $f(x)=a_1x+a_0\,;P_1\left(\underbrace{-8}_{x_1}\mid\underbrace{1}_{y_1}\right);P_2\left(\underbrace{2}_{x_2}\mid\underbrace{-3}_{y_2}\right)$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=-\frac{2}{5}$ $\Rightarrow a_1=-\frac{2}{5}$ $\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$ $P_2(2\mid -3):f(2)=-3$ $\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid+\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$	 $\Rightarrow \boxed{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}$

A3 Ausführliche Lösungen

c)

$$f(x) = a_1x + a_0 \,;\, P_1\Big(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{3}_{y_1}\Big) ; P_2\Big(\underbrace{-7}_{x_2} \mid \underbrace{-1}_{y_2}\Big)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

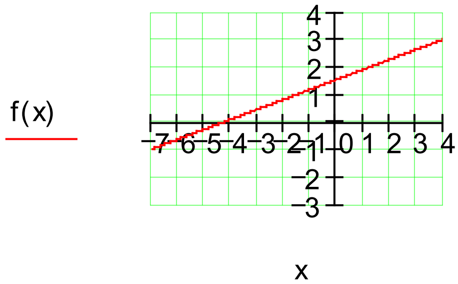
$$\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) : f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}$$

A3 Ausführliche Lösungen

d)

$$f(x) = a_1x + a_0 \,;\, P_1\Big(\underbrace{4}_{x_1} \mid \underbrace{2}_{y_1}\Big) ; P_2\Big(\underbrace{-4}_{x_2} \mid \underbrace{-4}_{y_2}\Big)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{3}{4}$$

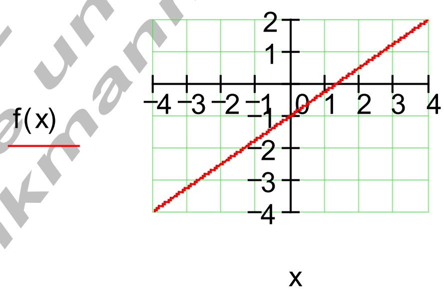
$$\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 2) : f(4) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{4}x - 1}$$

A4 Aufgabe

Lösen Sie nachfolgende Gleichungen nach x auf.

a)	$x - 5 = 9$	b)	$8 + x = 25$	c)	$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$	d)	$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3}$
e)	$88 = 4x - 16$	f)	$a + bx = 3b + a$	g)	$8 - (x + 5) = 2$	h)	$9 + (5 - x) = 6$

A4 Ausführliche Lösungen

a)	$x - 5 = 9 \mid +5$ $\Leftrightarrow x = 14 \Rightarrow \boxed{L = \{14\}}$	b)	$8 + x = 25 \mid -8$ $\Leftrightarrow x = 17 \Rightarrow \boxed{L = \{17\}}$

A4	**Ausführliche Lösungen**			
	c)	$x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,\vert+\frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12}\Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$	d)	$\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,\vert+\frac{1}{3}$ $\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x\Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$

A4	**Ausführliche Lösungen**			
	e)	$88=4x-16\,\vert+16$ $\Leftrightarrow 104=4x\,\vert:4$ $\Leftrightarrow 26=x\Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$	f)	$a+bx=3b+a\,\vert-a$ $\Leftrightarrow bx=3b\,\vert\,b$ $\Leftrightarrow x=3\Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$

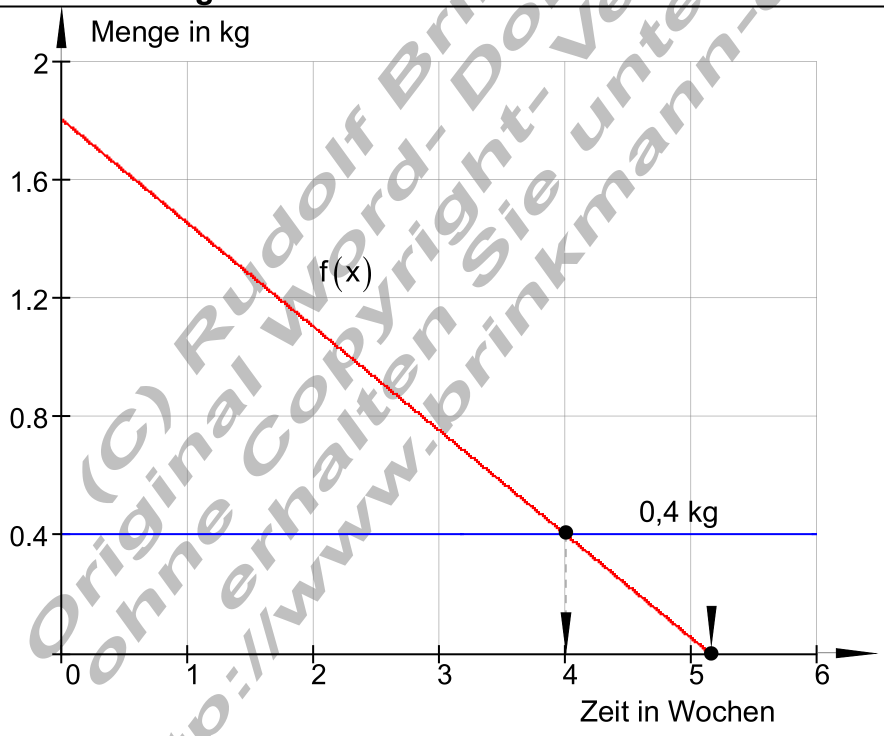
A4	**Ausführliche Lösungen**			
	g)	$8-(x+5)=2\,\vert-8$ $\Leftrightarrow -(x+5)=-6\,\vert:(-1)$ $\Leftrightarrow x+5=6\,\vert-5$ $\Leftrightarrow x=1\Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$	h)	$9+(5-x)=6\,\vert-9$ $\Leftrightarrow 5-x=-3\,\vert-5$ $\Leftrightarrow -x=-8\,\vert\cdot(-1)$ $\Leftrightarrow x=8\Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$

A5	**Aufgabe**	
	Die Erzieherinnen und Erzieher im Kindergarten „Kunterbunt“ trinken gerne Kaffee der Marke „Brinkmann’s Nr. 1“. Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
	b)	Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
	c)	Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
	d)	Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

A5	**Ausführliche Lösungen**	
	a)	Die Variablen: x bedeutet Wochen $y=f(x)$ bedeutet Menge des Kaffevorrts in kg. $f(x)=a_1x+a_0$ Allgemeine Form der Geradengleichung. Woche 0: $f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$ Woche 1: $f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$ Woche 2: $f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$ .... Woche x: $f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$ Funktionsgleichung für die Abnahme des Kaffeevorrats.

A5	**Ausführliche Lösungen**
b)	Kaffeevorrat aufgebraucht bedeutet: $f(x)=0 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0 \mid -1,8$ Gleichung soll nach x aufgelöst werden $\Leftrightarrow -0,35x=-1,8 \mid :(-0,35)$ $\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5,143$ Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.

A5	**Ausführliche Lösungen**
c)	Nur noch 400g Kaffee vorhanden bedeutet: $f(x)=0,4 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0,4 \mid -1,8$ $\Leftrightarrow -0,35x=-1,4 \mid :(-0,35)$ $\Leftrightarrow x=\frac{140}{35}=\frac{28}{7}=4$ Nach 4 Wochen sind nur noch 400g Kaffee vorhanden.

A5	**Ausführliche Lösungen**
d)	

A6	**Aufgabe**
	Autofahrer A fährt um 8:00 in Hamburg in Richtung München los. Gleichzeitig fährt Autofahrer B in München in Richtung Hamburg los. Die Autobahnentfernung von Hamburg nach München beträgt 750 km. Fahrer A fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 120 km/h, Fahrer B mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 150 km/h. Wann und wo treffen sich beide Autos auf der Autobahn? Fertigen Sie von dem Sachverhalt eine Skizze an und berechnen Sie. (Hinweis: Abszisse = Zeit – Achse, Ordinate = Weg – Achse)

A6 Ausführliche Lösungen

Fahrer A: $s_A(t) = v_A \cdot t$
Gerade mit der Steigung v_A
Fahrer B: Hier ist das Weg - Zeit Gesetz eine Gerade mit negativer Steigung, die Geschwindigkeit ist ebenfalls ein Maß für die Steigung.

$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$
Der Schnittpunkt beider Graphen liefert das Ergebnis.

$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$

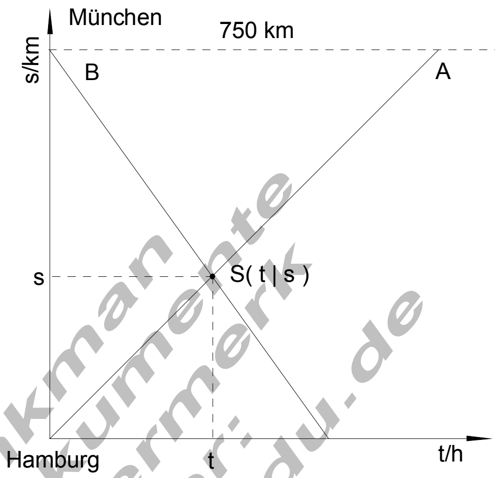
$$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\overline{7}\ h}}$$

A hat zurückgelegt:

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\overline{3}\ (km)}}$$

B hat zurückgelegt:

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\overline{6}\ (km)}}$$



Nach einer Fahrzeit von etwa 2,77 Stunden treffen sich beide Autos und zwar 333,333 km von Hamburg und 416,666 km von München entfernt.

A7 Aufgabe

In eine zylinderförmige Regentonne mit 1 m^2 Grundfläche fließen 80 Liter pro Stunde.

a) Beschreiben Sie die Füllhöhe h in Abhängigkeit von der Zeit t, wenn zu Beginn (t = 0) 150 Liter in der Tonne waren.

b) Ist der Zusammenhang zwischen h und t linear, wenn die Tonne gebaucht oder kugelförmig ist?

A7 Ausführliche Lösungen

a) Zylindervolumen: $V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G}$ $\quad G = 1\,m^2 = 100\,dm^2 \quad 1\,\text{Liter} \mathrel{\hat{=}} 1\,dm^3$

Funktionsgleichung für die Volumenänderung: $V(t) = 80\,\frac{dm^3}{h} \cdot t + 150\,dm^3$

Rechnung erfolgt ohne Einheiten, Ergebnis in dm.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80 \cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0,8 \cdot t + 1,5}}$$

b) Bei gebauchter oder kugeliger Tonne ändert sich die Füllhöhe nicht linear mit der Zeit.