Lösungen quadratische Gleichungen II

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse		
a)	$4-x^2=0 \Rightarrow L=\{-2\,;2\}$	b)	$\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0 \Rightarrow L=\left\{-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\right\}$
c)	$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow L=\left\{-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\right\}$	d)	$3x^2+8=5 \Rightarrow L=\varnothing$
e)	$\frac{1}{2}x^2-2k^2=0 \Rightarrow L=\{-2k\,;2k\}$	f)	$x^2-\frac{a^2}{2}=0 \Rightarrow L=\left\{-\frac{a}{2}\sqrt{2}\,;\frac{a}{2}\sqrt{2}\right\}$

E2	Ergebnis
	$K_2=K_0\cdot(1+q)^2=2K_0 \Rightarrow (1+q)^2=2 \Leftrightarrow (1+q)=\sqrt{2} \Rightarrow q=\sqrt{2}-1\approx 0{,}414$ Der Zinssatz muss etwa 41,4% betragen.

E3	Ergebnis
	$N_2=N_0\cdot(1+q)^2 \Rightarrow (1+q)^2=\frac{N_2}{N_0}=2{,}25 \Leftrightarrow (1+q)=\sqrt{2{,}25} \Rightarrow q=1{,}5-1=0{,}5$ Die Vermehrungsrate der Bakterien beträgt 50% pro Stunde.

E4	Ergebnis
	$d^2=a^2+a^2=2a^2 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{d^2}{2}}=\frac{d}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}d\sqrt{2}=\frac{1}{2}\cdot 8\text{ cm}\cdot\sqrt{2}\approx 5{,}66\text{ cm}$ Das Quadrat hat eine Kantenlänge von etwa 5,66 cm.

E5	Ergebnisse	
	a)	$a\cdot b=a\cdot 3a=3a^2=60{,}75\text{ m}^2 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{60{,}75\text{ m}^2}{3}}=4{,}5\text{ m} \Rightarrow b=13{,}5\text{ m}$
	b)	$a\cdot b=a(a+3)=a^2+3a=60{,}75 \Rightarrow a^2+3a-60{,}75=0$ Lösung der quadratischen Gleichung: $a\approx 6{,}44\text{ m} \Rightarrow b\approx 9{,}44\text{ m}$

E6	Ergebnis
	$x(x+4)=480 \Leftrightarrow x^2+4x-480=0 \Rightarrow x_1=20 \quad x_2=-24$ Die beiden Zahlenpaare $(20\,;24)$ und $(-24\,;-20)$ erfüllen die Bedingungen.

E7	Ergebnis
	$a+b=4{,}1 \quad\wedge\quad a\cdot b=4 \Leftrightarrow a(4{,}1-a)=4 \Rightarrow a=2{,}5$ und $b=1{,}6$

E8	Ergebnis	
	a)	$kx^2+1=0\,;k\neq 0 \Rightarrow$ für $k<0$: $L=\left\{-\frac{\sqrt{-k}}{k}\,;\frac{\sqrt{-k}}{k}\right\}$ für $k>0$: $L=\varnothing$

E8	Ergebnis	
	b)	$x^2+k-2=0\Rightarrow$ für $k\le 2:\quad L=\left\{-\sqrt{2-k}\,;\sqrt{2-k}\right\}\qquad$ für $k>2:\quad L=\varnothing$

E8	Ergebnis	
	c)	$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x^2+2k=0\,;k>1\Rightarrow L=\left\{-2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\,;2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\right\}$

E9	Ergebnis	
	a)	$2x^2+2x-24=0\Rightarrow L=\{-4\,;3\}$

E9	Ergebnis	
	b)	$-3x^2-5x+8=0\Rightarrow L=\left\{-\frac{8}{3};1\right\}$

E9	Ergebnis	
	c)	$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0\Rightarrow L=\{4\}$

E9	Ergebnis	
	d)	$3-2x+\frac{1}{3}x^2=0\Rightarrow L=\{3\}$

E9	Ergebnis	
	e)	$x(x+k)=1\Rightarrow L=\left\{-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2};-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2}\right\}$

E9	Ergebnis	
	f)	$-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0\Rightarrow L=\varnothing$

E10	Ergebnis	
	a)	$(x+2)^2-2=0\Rightarrow L=\left\{-\sqrt{2}-2\,;\sqrt{2}-2\right\}$

E10	Ergebnis	
	b)	$-x^2+4ax-4a^2=0\Rightarrow L=\{2a\}$

E10	Ergebnis	
	c)	$2kx^2+kx-k=0\,;k\ne 0\Rightarrow L=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$

E10	Ergebnis	
	d)	$x^2-2kx+6k=3x\Rightarrow L=\{3\,;2k\}$

E10	Ergebnis	
	e)	$x^2 - 4kx + 3k^2 = 0 \Rightarrow L = \{k\,;\,3k\}$

E10	Ergebnis	
	f)	$\frac{1}{4k}x^2 - k = 0\,;\,k \neq 0 \Rightarrow L = \{-2k\,;\,2k\}$

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**					
	Lösen Sie die quadratischen Gleichungen nach x auf.					
	a)	$4-x^2=0$	b)	$\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0$	c)	$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2$
	d)	$3x^2+8=5$	e)	$\frac{1}{2}x^2-2k^2=0$	f)	$x^2-\frac{a^2}{2}=0$

A1	Ausführliche Lösung		
	a)	$4-x^2=0 \mid +x^2$ $\Leftrightarrow 4=x^2$ $\Leftrightarrow x^2=4 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x\rvert=\sqrt{4}$ $\Leftrightarrow x_1=2$ oder $x_2=-2$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2\,;\,2\}}}$

A1	Ausführliche Lösung		
	b)	$\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0 \mid \cdot\frac{5}{4}$ $\Leftrightarrow x^2-3=0 \mid +3$ $\Leftrightarrow x^2=3 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x\rvert=\sqrt{3}$ $\Leftrightarrow x_1=\sqrt{3}$ oder $x_2=-\sqrt{3}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{-\sqrt{3}\,;\,\sqrt{3}\right\}}}$

A1	Ausführliche Lösung		
	c)	$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2 \mid +\frac{1}{4}x^2$ $\Leftrightarrow \frac{5}{4}-\frac{1}{4}x^2=0 \mid -\frac{5}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2=-\frac{5}{4} \mid \cdot(-1)$	$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2=\frac{5}{4} \mid \cdot 4$ $\Leftrightarrow x^2=5 \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow \lvert x\rvert=\sqrt{5}$ $\Leftrightarrow x_1=\sqrt{5}$ oder $x_2=-\sqrt{5}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{-\sqrt{5}\,;\,\sqrt{5}\right\}}}$

A1	Ausführliche Lösung		
	d)	$3x^2+8=5 \mid -8$ $\Leftrightarrow 3x^2=-3 \mid :3$ $\Leftrightarrow x^2=-1$	Wurzel nicht definiert $\Rightarrow \underline{\underline{L=\varnothing=\{\ \}}}$ keine Lösung

A1	Ausführliche Lösung		
	e)	$\frac{1}{2}x^2-2k^2=0 \mid +2k^2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2=2k^2 \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x^2=4k^2 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x\rvert=2k$ $\Leftrightarrow x_1=2k$ oder $x_2=-2k$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{-2k\,;\,2k\}}}$

A1	Ausführliche Lösung
	f) $x^2-\frac{a^2}{2}=0 \mid +\frac{a^2}{2}$ $\Leftrightarrow x^2=\frac{a^2}{2} \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow \lvert x\rvert=\sqrt{\frac{a^2}{2}}=\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow x_1=\frac{a}{\sqrt{2}}$ oder $x_2=-\frac{a}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow \quad L=\left\{-\frac{a}{\sqrt{2}};\frac{a}{\sqrt{2}}\right\}$ bzw. $L=\left\{-\frac{a}{2}\sqrt{2};\frac{a}{2}\sqrt{2}\right\}$

A2	**Aufgabe**
	Jan möchte sein Kapital in zwei Jahren verdoppeln. Wie hoch muss der Zinssatz sein, wenn die Zinsen mitverzinst werden?

A2	Ausführliche Lösung
	Zinseszinsformel: $K_n=K_0\cdot(1+q)^n$ mit $q=\frac{p}{100}$ Kapitalverdoppelung in 2 Jahren bedeutet: $K_2=2\cdot K_0 \Leftrightarrow 2\cdot K_0=K_0\cdot(1+q)^2 \mid :K_0$ $\Leftrightarrow 2=(1+q)^2 \Leftrightarrow (1+q)^2=2 \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow \lvert 1+q\rvert=\sqrt{2} \Leftrightarrow 1+q=\sqrt{2} \mid -1$ $\Leftrightarrow q=\sqrt{2}-1\approx 0{,}414 \Rightarrow p=100\cdot q\approx 41{,}4\%$ Bei einem Zinssatz von etwa 41,4% verdoppelt sich das Kapital in 2 Jahren.

A3	**Aufgabe**
	200 Bakterien vermehren sich in zwei Stunden auf 450 Bakterien. Um wie viel % vermehren sie sich pro Stunde?

A3 Ausführliche Lösung

In 2 Stunden vermehren sich N_0 = 200 Bakterien auf N_2 = 450 Bakterien.
Das Problem ist mit der Zinseszinsrechnung vergleichbar.

$N_n = N_0 \cdot (1+q)^n$ mit n als Zeit in Stunden.

$$N_2 = N_0 \cdot (1+q)^2 \;|: N_0 \Leftrightarrow \frac{N_2}{N_0} = (1+q)^2$$

$$\Leftrightarrow (1+q)^2 = \frac{N_2}{N_0} \;|\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow 1+q = \sqrt{\frac{N_2}{N_0}} \;|-1$$

$$\Leftrightarrow q = \sqrt{\frac{N_2}{N_0}} - 1 = \sqrt{\frac{450}{200}} - 1 = \sqrt{2{,}25} - 1 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$$

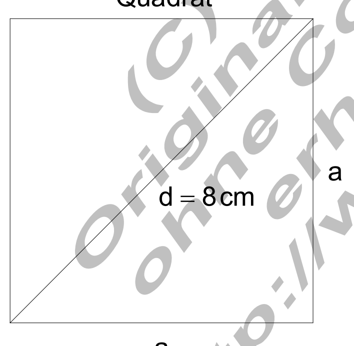
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{q = 0{,}5 \mathrel{\hat{=}} 50\%}}$$

Die Vermehrungsrate der Bakterien beträgt 50% pro Stunde.

A4	**Aufgabe**
	Die Diagonale eines Quadrates ist 8 cm lang. Wie lang ist die Seite des Quadrates?

A4 Ergebnis

Quadrat



Das Quadrat hat eine Kantenlänge von etwa 5,66 cm.

Mit dem Satz vom Pythagoras gilt:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = d^2 \;|: 2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{d^2}{2} \;|\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |a| = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot d$$

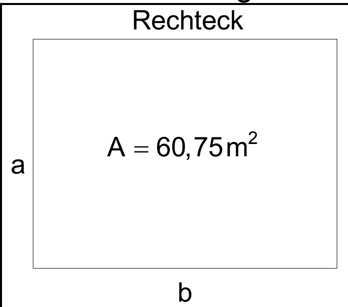
$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot d \text{ mit } d = 8\,\text{cm wird}$$

$$a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 8\,\text{cm} = 4 \cdot \sqrt{2}\,\text{cm} \approx \underline{\underline{5{,}657\,\text{cm}}}$$

A5	**Aufgabe**	
	Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt von 60,75 m². Bestimmen Sie die Seitenlängen wenn	
	a)	eine Seite dreimal so lang ist wie die andere Seite.
	b)	sich die Längen der Seiten um 3 m unterscheiden.

A5 Ausführliche Lösung

a)



Seite a = 4,5 m
Seite b = 13,5 m

Eine Seite ist dreimal so lang wie die andere bedeutet:

$b = 3 \cdot a \Rightarrow A = a \cdot b = a \cdot 3 \cdot a = 3a^2$

$\Leftrightarrow 3a^2 = A \,|:3 \Leftrightarrow a^2 = \frac{A}{3} \,|\sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |a| = \sqrt{\frac{A}{3}} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{A}{3}}$

mit $A = 60,75\,m^2$ wird $a = \sqrt{\frac{60,75\,m^2}{3}} = \underline{\underline{4,5\,m}}$

und damit $b = 3 \cdot 4,5\,m = \underline{\underline{13,5\,m}}$

A5 Ausführliche Lösung

b) Die Längen der Seiten unterscheiden sich um 3 m bedeutet z. B.

$b = a + 3 \Rightarrow A = a \cdot (a+3) = a^2 + 3a$

$\Rightarrow a^2 + 3a = A \Leftrightarrow a^2 + 3a - A = 0$ (quadratische Gleichung)

$p = 3\,;\, q = -A \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + A$

mit $A = 60,75$ wird $D = 2,25 + 60,75 = 63$ und damit

$a_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\begin{array}{|l} a_1 = -1,5 + \sqrt{63} \approx 6,437 \\ a_2 = -1,5 - \sqrt{63} \approx -9,437 \end{array}$ (keine Lösung für a)

mit $\underline{\underline{a \approx 6,437\,m}}$ gilt $b = a + 3 \approx \underline{\underline{9,437\,m}}$

A6	**Aufgabe**
	Zwei Zahlen unterscheiden sich um 4. Das Produkt der beiden Zahlen beträgt 480. Bestimmen Sie die beiden Zahlen.

A6 Ausführliche Lösung

Die kleinere Zahl sei x, damit ist die größere Zahl $y = x + 4$

Das Produkt beider Zahlen ist $x \cdot y = 480$

also $x \cdot (x+4) = 480 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 480 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x - 480 = 0}_{\text{quadratische Gleichung}}$

$$p = 4\,;\, q = -480 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 480 = 484 \Leftrightarrow \sqrt{D} = \sqrt{484} = 22$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + 22 = 20 \Rightarrow y_1 = x_1 + 4 = 20 + 4 = 24 \\ x_2 = -2 - 22 = -24 \Rightarrow y_2 = x_2 + 4 = -24 + 4 = -20 \end{array} \right.$$

Die beiden Zahlenpaare $\underline{\underline{(20\,;\,24)}}$ und $\underline{\underline{(-24\,;\,-20)}}$ erfüllen die Bedingungen.

A7	**Aufgabe**
	Bestimmen Sie zwei Zahlen, deren Summe 4,1 und deren Produkt 4 ergibt.

A7 Ausführliche Lösung

Die Zahlen seien a und b.

Summe ergibt 4,1 bedeutet: $a + b = 4{,}1 \quad (I)$

Produkt ergibt 4 bedeutet: $a \cdot b = 4 \quad (II)$

Das sind 2 Gleichungen mit 2 Variablen.

$a + b = 4{,}1 \Rightarrow b = 4{,}1 - a$ in (II) einsetzen

$a \cdot (4{,}1 - a) = 4 \Leftrightarrow 4{,}1a - a^2 = 4 \,|\, -4$

$\Leftrightarrow -a^2 + 4{,}1a - 4 = 0 \,|\cdot(-1) \Leftrightarrow \underbrace{a^2 - 4{,}1a + 4 = 0}_{\text{quadratische Gleichung}}$

$$p = -4{,}1;\, q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4{,}2025 - 4 = 0{,}2025 \Leftrightarrow \sqrt{D} = \sqrt{0{,}2025} = 0{,}45$$

$$a_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} a_1 = 2{,}05 + 0{,}45 = 2{,}5 \\ a_2 = 2{,}05 - 0{,}45 = 1{,}6 \end{array} \right.$$

Die Zahlen lauten $a_1 = \underline{\underline{a = 2{,}5}}$ und $a_2 = \underline{\underline{b = 1{,}6}}$.

Probe: $a + b = 2{,}5 + 1{,}6 = 4{,}1 \quad a \cdot b = 2{,}5 \cdot 1{,}6 = 4$

A8	**Aufgabe**					
	Bestimmen Sie die Lösungen in Abhängigkeit von k.					
	a)	$kx^2+1=0\,;k\neq 0$	b)	$x^2+k-2=0$	c)	$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x^2+2k=0\,;k>1$

A8 Ausführliche Lösung

a) $kx^2+1=0\,;k\neq 0$

Fall 1: $k>0 \Rightarrow kx^2+1=0\,|-1$

$\Leftrightarrow kx^2=-1\,|:k$

$\Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{k}$ ist negativ, da $k>0 \Rightarrow$ keine Lösung für k

Fall 2: $k<0$

$\Rightarrow x^2=-\frac{1}{k}$ ist positiv, da $k<0 \Rightarrow$ zwei Lösungen für k

$$x^2=-\frac{1}{k}\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x|=\sqrt{-\frac{1}{k}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-k}}=\frac{1\cdot\sqrt{-k}}{\sqrt{-k}\cdot\sqrt{-k}}=\frac{\sqrt{-k}}{-k}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\frac{\sqrt{-k}}{-k}$$

Lösung: für $k<0$: $\underline{\underline{L=\left\{-\frac{\sqrt{-k}}{k};\frac{\sqrt{-k}}{k}\right\}}}$ für $k>0$: $\underline{\underline{L=\varnothing}}$

A8 Ausführliche Lösung

b) $x^2+k-2=0\,|-k+2$

$\Leftrightarrow x^2=2-k\,|\sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x|=\sqrt{2-k}$ Radikand wird negativ falls $k>2 \Rightarrow$ keine Lösung

Falls $k\leq 2$ ist wird der Radikand positiv

$\Rightarrow |x|=\sqrt{2-k} \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{2-k}$

Lösung: für $k\leq 2$ gilt $\underline{\underline{L=\left\{-\sqrt{2-k}\,;\sqrt{2-k}\right\}}}$ für $k>2$: $\underline{\underline{L=\varnothing}}$

A8 Ausführliche Lösung

c)

$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x^2+2k=0\,;k>$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1-k}{2}\right)x^2+2k=0\,|-2k$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1-k}{2}\right)x^2=-2k\,|\cdot 2$

$\Leftrightarrow (1-k)x^2=-4k\,|:(1-k)$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{-4k}{1-k}=\frac{4k}{k-1}\,|\sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x|=\sqrt{\frac{4k}{k-1}}$

$\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{\frac{4k}{k-1}}=\pm 2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}$

Lösung $\underline{\underline{L=\left\{-2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\,;2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\right\}}}$

A9	**Aufgabe**					
	Lösen Sie die quadratischen Gleichungen nach x auf.					
	a)	$2x^2+2x-24=0$	b)	$-3x^2-5x+8=0$	c)	$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0$
	d)	$3-2x+\frac{1}{3}x^2=0$	e)	$x(x+k)=1$	f)	$-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0$

A9 Ausführliche Lösung

a)

$$2x^2+2x-24=0\,|:2$$
$$\Leftrightarrow x^2+x-12=0$$
$$p=1;\,q=-12$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$
$$=\frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad\begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=3\\ x_2=-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=-4\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\{-4;3\}$

b)

$$-3x^2-5x+8=0\,|:(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^2+\frac{5}{3}x-\frac{8}{3}=0$$
$$p=\frac{5}{3};\,q=-\frac{8}{3}$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$
$$=\frac{25}{36}+\frac{96}{36}=\frac{121}{36}$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{121}{36}}=\frac{11}{6}$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad\begin{array}{l} x_1=-\frac{5}{6}+\frac{11}{6}=1\\ x_2=-\frac{5}{6}-\frac{11}{6}=-\frac{8}{3}\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\left\{-\frac{8}{3};1\right\}$

A9 Ausführliche Lösung

c)

$$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0\,|\cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2-8x+16=0$$
$$p=-8;\,q=16$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$
$$=16-16=0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad\begin{array}{l} x_1=4+0=4\\ x_2=4-0=4\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\{4\}$

d)

$$3-2x+\frac{1}{3}x^2=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-2x+3=0\,|\cdot 3$$
$$\Leftrightarrow x^2-6x+9=0$$
$$p=-6;\,q=9$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$
$$=9-9=0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad\begin{array}{l} x_1=3+0=3\\ x_2=3-0=3\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\{3\}$

A9	Ausführliche Lösung
	e) $x(x+k)=1 \Leftrightarrow x^2+kx=1 \mid -1 \Leftrightarrow x^2+kx-1=0$ $p=k\,;\,q=-1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{k}{2}\right)^2+1=\frac{k^2}{4}+1=\frac{k^2+4}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{k^2+4}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\left\vert \begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}=-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2} \\ x_2=-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}=-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2} \end{array}\right.$ Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\left\{-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2}\,;\,-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}\right\}}}$

A9	Ausführliche Lösung
	f) $-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-1)$ $\Leftrightarrow x^2+\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}=0$ $p=\frac{3}{2}\,;\,q=\frac{5}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{16}-\frac{20}{16}=-\frac{11}{16}<0$ keine Lösung Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\{\,\}}}$ Bemerkung: Falls die Diskriminante D kleiner Null ist, hat die quadratische Gleichung keine Lösung.

A10	**Aufgabe**					
	Lösen Sie die quadratischen Gleichungen nach x auf.					
	a)	$(x+2)^2-2=0$	b)	$-x^2+4ax-4a^2=0$	c)	$2kx^2+kx-k=0\,;k\neq 0$
	d)	$x^2-2kx+6k=3x$	e)	$x^2-4kx+3k^2=0$	f)	$\frac{1}{4k}x^2-k=0\,;k\neq 0$

A10 Ausführliche Lösung

a)

$$(x+2)^2-2=0\mid +2$$
$$\Leftrightarrow (x+2)^2=2\mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2|=\sqrt{2}$$
Fall 1: $x+2=\sqrt{2}\mid -2$
$$\Leftrightarrow x_1=-2+\sqrt{2}$$
Fall 2: $x+2=-\sqrt{2}\mid -2$
$$\Leftrightarrow x_2=-2-\sqrt{2}$$
Lösungsmenge:
$$\underline{\underline{L=\left\{-2-\sqrt{2}\,;-2+\sqrt{2}\right\}}}$$

b)

$$-x^2+4ax-4a^2=0\mid\cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x^2-4ax+4a^2=0$$
$$p=-4a\,;\,q=4a^2$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$
$$=4a^2-4a^2=0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left|\;\begin{array}{l} x_1=2a+0=2a\\ x_2=2a-0=2a\end{array}\right.$$
Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\{2a\}}}$

A10 Ausführliche Lösung

c)

$$2kx^2+kx-k=0 \text{ mit } k\neq 0\mid :2k$$
$$\Leftrightarrow x^2+\frac{kx}{2k}-\frac{k}{2k}=0\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}=0$$
$$p=\frac{1}{2}\,;\,q=-\frac{1}{2}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{16}+\frac{8}{16}=\frac{9}{16}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left|\;\begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\\ x_2=-\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{4}{4}=-1\end{array}\right.$$
Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}}}$

A10	Ausführliche Lösung
	d) $x^2 - 2kx + 6k = 3x \mid -3x$ $\Leftrightarrow x^2 - 2kx - 3x + 6k = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2k+3)x + 6k = 0$ $p = -(2k+3)\,;\, q = 6k \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{2k+3}{2}\right)^2 - 6k$ $= \frac{4k^2+12k+9}{4} - 6k = \frac{4k^2+12k+9}{4} - \frac{24k}{4} = \frac{4k^2+12k+9-24k}{4}$ $= \frac{4k^2-12k+9}{4} = \frac{(2k-3)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{(2k-3)^2}{4}} = \frac{2k-3}{2}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_1 = \frac{2k+3}{2} + \frac{2k-3}{2} = \frac{2k+3+2k-3}{2} = \frac{4k}{2} = 2k$ $x_2 = \frac{2k+3}{2} - \frac{2k-3}{2} = \frac{2k+3-2k+3}{2} = \frac{6}{2} = 3$ Lösungsmenge: $L = \{3\,;\,2k\}$

A10	Ausführliche Lösung
	e) $x^2 - 4kx + 3k^2 = 0$ mit $k \neq 0$ $p = -4k\,;\, q = 3k^2$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4k^2 - 3k^2 = k^2 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{k^2} = k$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_1 = 2k + k = 3k$ $x_2 = 2k - k = k$ Lösungsmenge: $L = \{k\,;\,3k\}$

A10	Ausführliche Lösung
	f) $\frac{1}{4k}x^2 - k = 0$ mit $k \neq 0 \mid \cdot 4k$ $\Leftrightarrow x^2 - 4k^2 = 0$ 3. binomische Formel anwenden $\Rightarrow (x-2k)(x+2k) = 0$ Satz vom Nullprodukt anwenden $\Rightarrow (x-2k) = 0 \Rightarrow x_1 = 2k \qquad (x+2k) = 0 \Rightarrow x_2 = -2k$ Lösungsmenge: $L = \{-2k\,;\,2k\}$