

## Oberstufe: Ergebnisse und ausführliche Lösungen zu vermischte Aufgaben zur Mechanik I

### Ergebnisse:

E1	Die Skala eines Kraftmessers ist unkenntlich geworden. Nur die Marken für 0 N und 5 N sind erhalten geblieben. Wie können Sie die Einteilung wiederherstellen?
	Ergebnis
	Äquidistante Markierungen werden zwischen 0 N und 5 N angebracht.
E2.	Vergleichen Sie die Leistung zweier Seilwinden. Seilwinde A hebt in 3 s eine Last von 1000 N 15 m hoch. Seilwinde B hebt eine Last von 5000 N in 2 s auf 1,6 m Höhe.
	Ergebnis
	Seilwinde A hat eine Leistung von 5000 W, Seilwinde B von 4000 W.
E3	Ein Auto wiegt 93 kN. Es hat einen Motor, der 45 kW leistet. In welcher Zeit müsste das Auto auf einen 1500 m hohen Berg hinauffahren können?
	Ergebnis
	Das Auto könnte in 51 $\frac{2}{3}$ Minuten den Berg hinauf fahren.
E4	Eine entspannte Feder wird durch 20 N um 10 cm verlängert (gespannt). Welche Spannenergie besitzt sie?
	Ergebnis
	Die Feder besitzt eine Spannenergie von 1 Nm.
E5	Man muss einen Kraftmesser um $s = 0,05$ m verlängern, bis er die Marke 5 N anzeigt. Wie groß ist seine Federhärte?
	Ergebnis
	Die Federhärte (Federkonstante) beträgt $D = 100$ N/m.
E6	Hängt man einen Körper der Masse 0,5 kg an eine Schraubenfeder, so wird sie um 6 cm verlängert. Nun wird das System in Schwingung versetzt. Mit welcher Frequenz schwingt das System?
	Ergebnis
	Das System schwingt mit einer Frequenz von etwa 2,035 Hz.
E7	Wo geht eine Pendeluhr schneller, am Äquator oder am Nordpol?
	Ergebnis
	Am Nordpol geht die Pendeluhr etwas schneller als am Äquator.
E8	Welche Länge hat ein Fadenpendel, das mit gleicher Frequenz wie ein Federpendel der Masse $m = 3$ kg und mit der Federkonstanten $D = 98,1$ N/m schwingt?
	Ergebnis
	Das Fadenpendel hat eine Länge von 0,3 m.

E9	Ein Auto hat die Masse von 1200 kg. Wenn 4 Personen (je 75 kg) einsteigen, senkt sich die Karosserie um 5 cm.
	a) Wie groß ist die Federkonstante?
	b) Mit welcher Frequenz schwingt der vollbeladene Wagen auf und ab, wenn er defekte Stoßdämpfer hat?
	Ergebnisse
	a) Die Federkonstante des Autos beträgt $D = 58860 \text{ N/m}$ .
	b) Bei defekten Stoßdämpfern schwingt der Wagen mit einer Frequenz von etwa 1 Hz.

  

E10	Wie weit vermag ein Pferd ( $P = 600 \text{ W}$ ) einen Wagen in einer Stunde mit der Kraft 300 N ziehen?
	Ergebnis
	In einer Stunde zieht das Pferd den Wagen 7200 m.

  

E11	Welche Kraft entwickelt ein Auto, das bei Vollgas eine Leistung von 80 kW hat, wenn es
	a) im 1. Gang mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ steil bergauf fährt?
	b) Wie groß ist die Kraft im 4. Gang bei gleicher Leistung des Motors wenn das Auto nun eine konstante Geschwindigkeit von $v = 108 \text{ km/h}$ hat?
	Ergebnisse
	a) Im 1. Gang entwickelt das Auto eine Kraft von 8 000 N.
	b) Im 4. Gang entwickelt das Auto eine Kraft von $2666 \frac{2}{3} \text{ N}$ .

  

E12	Ein Kran hat einen Elektromotor mit der Leistung $P = 30 \text{ kW}$ . Mit welcher Geschwindigkeit kann er ein Werkstück mit der Masse $m = 0,6 \text{ t}$ hochziehen?
	Ergebnis
	Der Kran kann das Werkstück mit einer Geschwindigkeit von etwa $5,1 \text{ m/s}$ hochziehen.

**Ausführliche Lösungen:**

A1	<b>Aufgabe</b> Die Skala eines Kraftmessers ist unkenntlich geworden. Nur die Marken für 0 N und 5 N sind erhalten geblieben. Wie können Sie die Einteilung wiederherstellen?
A1	<b>Ausführliche Lösung</b> Die Dehnung eines Kraftmessers ist nach dem Hooke'schen Gesetz proportional zu der an ihm wirkenden Kraft. Die Skala kann repariert werden, indem man den Bereich zwischen 0 N und 5 N durch Markierungsstriche in 5 gleiche Teile aufteilt und die Striche von 1 bis 4 beziffert.
A2	<b>Aufgabe</b> Vergleichen Sie die Leistung zweier Seilwinden. Seilwinde A hebt in 3 s eine Last von 1000 N 15 m hoch. Seilwinde B hebt eine Last von 5000 N in 2 s auf 1,6 m Höhe.
A2	<b>Ausführliche Lösung</b> Seilwinde A: $t = 3\text{ s}$ $G = 1000\text{ N}$ $h = 15\text{ m}$ Seilwinde B: $t = 2\text{ s}$ $G = 5000\text{ N}$ $h = 1,6\text{ m}$ $A: P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{1000\text{ N} \cdot 15\text{ m}}{3\text{ s}} = \frac{15000\text{ Nm}}{3\text{ s}} = \frac{15000\text{ Ws}}{3\text{ s}} = \underline{\underline{5000\text{ W}}}$ $B: P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{5000\text{ N} \cdot 1,6\text{ m}}{2\text{ s}} = \frac{8000\text{ Nm}}{2\text{ s}} = \frac{8000\text{ Ws}}{2\text{ s}} = \underline{\underline{4000\text{ W}}}$ Seilwinde A hat eine Leistung von 5000 W, Seilwinde B von 4000 W.
A3	<b>Aufgabe</b> Ein Auto wiegt 93 kN. Es hat einen Motor, der 45 kW leistet. In welcher Zeit müsste das Auto auf einen 1500 m hohen Berg hinauffahren können?
A3	<b>Ausführliche Lösung</b> $G = 93\text{ kN} = 93000\text{ N}$ $P = 45\text{ kW} = 45000\text{ W}$ $h = 1500\text{ m}$ $P = \frac{W}{t} = \frac{G \cdot h}{t} \Rightarrow t = \frac{G \cdot h}{P} \quad 1\text{ Nm} = 1\text{ Ws}$ $t = \frac{93000\text{ N} \cdot 1500\text{ m}}{45000\text{ W}} = \frac{93000 \cdot 1500\text{ Ws}}{45000\text{ W}} = 3100\text{ s} = \underline{\underline{51\frac{2}{3}\text{ min}}}$ Das Auto könnte in 51 2/3 Minuten den Berg hinauf fahren.

<b>A4</b>	<b>Aufgabe</b>
	Eine entspannte Feder wird durch 20 N um 10 cm verlängert (gespannt). Welche Spannenergie besitzt sie?

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$F = 20\text{ N} \quad s = 10\text{ cm} = 0,1\text{ m}$ $W_{\text{Sp}} = \frac{1}{2} D \cdot s^2 \quad F = D \cdot s \Rightarrow D = \frac{F}{s} \Rightarrow W_{\text{Sp}} = \frac{1}{2} \frac{F}{s} \cdot s^2 = \frac{1}{2} F \cdot s$ $W_{\text{Sp}} = \frac{1}{2} \cdot 20\text{ N} \cdot 0,1\text{ m} = 10 \cdot 0,1\text{ Nm} = \underline{\underline{1\text{ Nm}}}$ Die Feder besitzt eine Spannenergie von 1 Nm.

<b>A5</b>	<b>Aufgabe</b>
	Man muss einen Kraftmesser um $s = 0,05\text{ m}$ verlängern, bis er die Marke 5 N anzeigt. Wie groß ist seine Federhärte?

<b>A5</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$s = 0,05\text{ m} \quad F = 5\text{ N}$ $D = \frac{F}{s} = \frac{5\text{ N}}{0,05\text{ m}} = \underline{\underline{100 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$ Die Federhärte (Federkonstante) beträgt $D = 100\text{ N/m}$ .

<b>A6</b>	<b>Aufgabe</b>
	Hängt man einen Körper der Masse 0,5 kg an eine Schraubenfeder, so wird sie um 6 cm verlängert. Nun wird das System in Schwingung versetzt. Mit welcher Frequenz schwingt das System?

<b>A6</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$m = 0,5\text{ kg} \quad s = 6\text{ cm} = 0,06\text{ m}$ Schwingungsdauer: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$ Frequenz: $f = \frac{1}{T}$ Zuerst wird die Federhärte $D$ berechnet. $F = D \cdot s \Rightarrow D = \frac{F}{s} = \frac{0,5\text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,06\text{ m}} = \frac{0,5 \cdot 9,81\text{ kg}}{0,06\text{ s}^2} = \underline{\underline{81,75 \frac{\text{N}}{\text{m}}}}$ Bemerkung: $1 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$ Schwingungsdauer: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,5\text{ kg}}{81,75 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,5}{81,75}}\text{ s} \approx 0,491\text{ s}$ Frequenz: $f = \frac{1}{T} \approx \frac{2,035}{\text{s}} = \underline{\underline{2,035\text{ Hz}}}$ Das System schwingt mit einer Frequenz von etwa 2,035 Hz.

A7	<b>Aufgabe</b>
	Wo geht eine Pendeluhr schneller, am Äquator oder am Nordpol?

A7	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>Schwingungsdauer: <math>T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}</math></p> <p>Bekanntlich ist die Erdbeschleunigung wegen der am Äquator auftretenden Fliehkraft dort etwas geringer als am Nordpol. Bei genauer Betrachtung obiger Gleichung lässt sich feststellen, dass bei größeren <math>g</math> – Werten die Schwingungsdauer geringer wird. Für die Pendeluhr bedeutet eine geringere Schwingungsdauer, dass sie schneller geht.</p> <p>Fazit: Am Nordpol geht die Pendeluhr etwas schneller als am Äquator.</p>

A8	<b>Aufgabe</b>
	Welche Länge hat ein Fadenpendel, das mit gleicher Frequenz wie ein Federpendel der Masse $m = 3 \text{ kg}$ und mit der Federkonstanten $D = 98,1 \text{ N/m}$ schwingt?

A8	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p><math>m = 3 \text{ kg}</math>   <math>D = 98,1 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 98,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}</math>   <math>g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p>Das Fadenpendel und das Federpendel haben die gleiche Frequenz.</p> <p>Das bedeutet. <math>f_1 = f_2 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \Rightarrow T_1 = T_2</math></p> <p>Fadenpendel: <math>T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}</math>   Federpendel: <math>T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}</math></p> <p><math>T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \Leftrightarrow \frac{l}{g} = \frac{m}{D} \Rightarrow l = g \cdot \frac{m}{D}</math></p> <p><math>l = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{3 \text{ kg}}{98,1 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}} = \frac{9,81 \cdot 3}{98,1} \text{ m} = \underline{\underline{0,3 \text{ m}}}</math></p> <p>Das Fadenpendel hat eine Länge von 0,3 m.</p>

A9	<b>Aufgabe</b>
	Ein Auto hat die Masse von 1200 kg. Wenn 4 Personen (je 75 kg) einsteigen, senkt sich die Karosserie um 5 cm.
a)	Wie groß ist die Federkonstante?
b)	Mit welcher Frequenz schwingt der voll beladene Wagen auf und ab, wenn er defekte Stoßdämpfer hat?

A9	<b>Ausführliche Lösung</b>
	Masse des Autos: $m_A = 1200 \text{ kg}$ Masse der Personen: $m_P = 4 \cdot 75 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$ Gesamte Masse die in Schwingung geraten kann: $m = m_A + m_P = 1500 \text{ kg}$ Federweg zur Berechnung der Federkonstanten: $s = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$
a)	Berechnung der Federkonstanten: $D = \frac{m_P \cdot g}{s} = \frac{300 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,05 \text{ m}} = 58860 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = 58860 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ Die Federkonstante des Autos beträgt $D = 58860 \text{ N/m}$ .
b)	Berechnung der Schwingungsfrequenz bei defekten Stoßdämpfern: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}} \text{ mit } m = 1500 \text{ kg} \text{ und } D = 58860 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{1500 \text{ kg}}{58860 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}}} \approx 1,003 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} \approx \frac{0,997}{\text{s}} \approx \underline{\underline{1 \text{ Hz}}}$ Bei defekten Stoßdämpfern schwingt der Wagen mit einer Frequenz von etwa 1 Hz.

A10	<b>Aufgabe</b>
	Wie weit vermag ein Pferd ( $P = 600 \text{ W}$ ) einen Wagen in einer Stunde mit der Kraft 300 N ziehen?

A10	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$P = 600 \text{ W}$ $t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ $F = 300 \text{ N}$ $W = F \cdot s$ $W = P \cdot t$ $s = \frac{W}{F} = \frac{P \cdot t}{F} = \frac{600 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s}}{300 \text{ N}} = 7200 \frac{\text{Ws}}{\text{N}} = 7200 \frac{\text{Nm}}{\text{N}} = \underline{\underline{7200 \text{ m}}}$ In einer Stunde zieht das Pferd den Wagen 7200 m.

A11	<b>Aufgabe</b>
	Welche Kraft entwickelt ein Auto, das bei Vollgas eine Leistung von 80 kW hat, wenn es
a)	im 1. Gang mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 10 \text{ m/s}$ steil bergauf fährt?
b)	Wie groß ist die Kraft im 4. Gang bei gleicher Leistung des Motors wenn das Auto nun eine konstante Geschwindigkeit von $v = 108 \text{ km/h}$ hat?

A11	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$P = 80 \text{ kW} = 80000 \text{ W} \quad v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad v_2 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v}$
a)	Kraft im 1. Gang: $F = \frac{P}{v_1} = \frac{80000 \text{ W}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 8000 \frac{\text{Ws}}{\text{m}} = 8000 \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \underline{\underline{8000 \text{ N}}}$ Im 1. Gang entwickelt das Auto eine Kraft von 8 000 N.
b)	Kraft im 4. Gang: $F = \frac{P}{v_2} = \frac{80000 \text{ W}}{30 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 2666 \frac{2}{3} \text{ N}$ Im 4. Gang entwickelt das Auto eine Kraft von 2666 2/3 N.

A12	<b>Aufgabe</b>
	Ein Kran hat einen Elektromotor mit der Leistung $P = 30 \text{ kW}$ . Mit welcher Geschwindigkeit kann er ein Werkstück mit der Masse $m = 0,6 \text{ t}$ hochziehen?

A12	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$P = 30 \text{ kW} = 30000 \text{ W} \quad m = 0,6 \text{ t} = 600 \text{ kg}$ $P = F \cdot v \Rightarrow v = \frac{P}{F} \quad \text{mit } F = m \cdot g \text{ folgt:}$ $v = \frac{P}{m \cdot g} = \frac{30000 \text{ W}}{600 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{30000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}}{600 \cdot 9,81 \text{ N}} \approx \underline{\underline{5,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ Der Kran kann das Werkstück mit einer Geschwindigkeit von etwa 5,1 m/s hochziehen.