

## Oberstufe: Ergebnisse und ausführliche Lösungen zu den Aufgaben zum Dynamischen Grundgesetz III

### Ergebnisse:

E1	Beim Fußballspielen erreicht ein straff geschossener Ball eine Geschwindigkeit von 90 km/h. Wenn der Torwart einen solchen Ball fangen will, muss er auf einer Strecke von etwa 25 cm die Geschwindigkeit des Balles auf 0 km/h herabsetzen. Wie groß ist die durchschnittliche Kraft, die der Ball auf den Torwart ausübt? (Masse des Balles: 500 g).
	Ergebnis
	Der Ball übt eine Kraft von etwa 625 N auf den Torwart aus.
E2	Bei einem Autounfall fährt ein PKW frontal mit einer Geschwindigkeit von 54 km/h gegen eine massive Wand. Durch die Knautschzone steht ein Bremsweg von 0,4 m zur Verfügung. Mit dem wie vielfachen ihrer Gewichtskraft werden die Insassen nach vorne geschleudert? Manche Kraftfahrer sind der Meinung, in der Stadt brauche man wegen der dort gefahrenen geringen Geschwindigkeiten keinen Sicherheitsgurt anzulegen. Nehmen Sie dazu Stellung!
	Ergebnis
	Auf die Insassen wirkt etwa das 29-fache ihrer Gewichtskraft. Stellungnahme siehe ausführliche Lösung.
E3	Die Masse eines beladenen Jumbo- Jets (Boeing 747) beträgt 340 t. Die 4 Triebwerke erzeugen zusammen eine Antriebskraft von 1000 kN. Wie lang muss die Startbahn des Flughafens sein, damit das Flugzeug die zum Abheben nötige Geschwindigkeit von 288 km/h erreichen kann?
	Ergebnis
	Die Startbahn muss mindestens 1088 m lang sein.
E4	Ein unbeladenes Verkehrsflugzeug (40 t Masse) hebt nach dem Start mit einer Geschwindigkeit von 252 km/h ab. Die Startbahn ist 1,4 km lang.
	a) Wie lange dauert es bis zum Abheben (a = konstant)?
	b) Welche Beschleunigung und welche Kraft muss es beim Start erfahren?
	c) Um wie viel muss die Startbahn verlängert werden, wenn die Zuladung 10 t beträgt und Abhebgeschwindigkeit so wie Beschleunigungskraft gleich bleiben sollen?
	Ergebnisse
	a) Die Zeit bis zum Abheben dauert 40 s.
	b) Die Beschleunigung beträgt $1,75 \text{ m/s}^2$ . Die Kraft 70 000 N.
c) Die Startbahn muss um 350 m auf 1750 m verlängert werden.	

**Ausführliche Lösungen:**

<b>A1</b>	<b>Aufgabe</b>
	Beim Fußballspielen erreicht ein straff geschossener Ball eine Geschwindigkeit von 90 km/h. Wenn der Torwart einen solchen Ball fangen will, muss er auf einer Strecke von etwa 25 cm die Geschwindigkeit des Balles auf 0 km/h herabsetzen. Wie groß ist die durchschnittliche Kraft, die der Ball auf den Torwart ausübt? (Masse des Balles: 500 g).

<b>A1</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>gegeben : <math>v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math>    <math>s = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}</math>    <math>m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}</math></p> <p>gesucht : <math>F</math>    <math>\left( 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N} \right)</math></p> <p>Rechnung mit Zwischenergebnissen:</p> $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (1) \quad v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \Leftrightarrow t^2 = \frac{v^2}{a^2} \text{ eingesetzt in (1)}$ $\Rightarrow s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2 \cdot a} \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$ $a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{625 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0,25 \text{ m}} = \frac{625 \text{ m}^2}{0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^2} = 1250 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $F = m \cdot a = 0,5 \text{ kg} \cdot 1250 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 625 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{625 \text{ N}}}$ <p>Rechnung ohne Zwischenergebnisse:</p> $a = \frac{v^2}{2 \cdot s} \Rightarrow F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s}$ $F = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot s} = \frac{0,5 \text{ kg} \cdot 625 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0,25 \text{ m}} = \frac{0,5 \cdot 625 \text{ kg} \cdot \text{m}^2}{0,5 \text{ s}^2 \cdot \text{m}} = 625 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{625 \text{ N}}}$ <p>Der Ball übt eine Kraft von etwa 625 N auf den Torwart aus.</p> <p>In den Fällen, in denen die Zwischenergebnisse gerundet werden, ist eine Gesamtrechnung ohne Zwischenergebnisse genauer, da dann keine Rundungsfehler auftreten.</p>

A2	<p><b>Aufgabe</b></p> <p>Bei einem Autounfall fährt ein PKW frontal mit einer Geschwindigkeit von 54 km/h gegen eine massive Wand. Durch die Knautschzone steht ein Bremsweg von 0,4 m zur Verfügung. Mit dem wie vielfachen ihrer Gewichtskraft werden die Insassen nach vorne geschleudert? Manche Kraftfahrer sind der Meinung, in der Stadt brauche man wegen der dort gefahrenen geringen Geschwindigkeiten keinen Sicherheitsgurt anzulegen. Nehmen Sie dazu Stellung!</p>
----	--

A2	<p><b>Ausführliche Lösung</b></p> <p>gegeben : <math>v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math>    <math>s = 0,4 \text{ m}</math>    <math>g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p>gesucht : <math>\frac{F}{G}</math></p> <p><math>s = \frac{a}{2} \cdot t^2</math>    (1)    <math>v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \Leftrightarrow t^2 = \frac{v^2}{a^2}</math> eingesetzt in (1)</p> <p><math>\Rightarrow s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2 \cdot a} \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}</math></p> <p><math>a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{225 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 0,4 \text{ m}} = \frac{225}{0,8} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{m}} = 281,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p>Verhältnis <math>\frac{F}{G} = \frac{m \cdot a}{m \cdot g} = \frac{a}{g} = \frac{281,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx \underline{\underline{28,67}}</math></p> <p>Auf die Insassen wirkt etwa das 29-fache ihrer Gewichtskraft. Stellungnahme: Auch niedrige Geschwindigkeiten können bei einem Auffahrunfall zu schweren Folgen führen. Die Verzögerung ist quadratisch von der Geschwindigkeit abhängig. Das Ergebnis obiger Rechnung zeigt, dass bei 54 km/h beim Aufprall auf die Insassen etwa das 29-fache ihrer Gewichtskraft wirkt. Das hat Knochenbrüche zur Folge, wenn nicht gar schlimmeres.</p>
----	---

<b>A3</b>	<b>Aufgabe</b>
<p>Die Masse eines beladenen Jumbo- Jets (Boeing 747) beträgt 340 t.          Die 4 Triebwerke erzeugen zusammen eine Antriebskraft von 1000 kN.          Wie lang muss die Startbahn des Flughafens sein, damit das Flugzeug die zum Abheben nötige Geschwindigkeit von 288 km/h erreichen kann?</p>	

<b>A3</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
<p>gegeben : <math>m = 340 \text{ t} = 340\,000 \text{ kg}</math>    <math>F = 1000 \text{ kN} = 1\,000\,000 \text{ N}</math></p> $v = 288 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left( 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right)$ <p>gesucht : s</p> <p>Rechnung mit Zwischenergebnissen:</p> $F = m \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{1\,000\,000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{340\,000 \text{ kg}} = \frac{1\,000\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}}{340\,000 \text{ kg} \cdot \text{s}^2} \approx 2,941 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $s = \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (1) \quad v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \Leftrightarrow t^2 = \frac{v^2}{a^2} \text{ eingesetzt in (1)}$ $\Rightarrow s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2 \cdot a} \approx \frac{6400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 2,941 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{6400 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^2}{2 \cdot 2,941 \text{ s}^2 \cdot \text{m}} \approx \underline{\underline{1088,065 \text{ m}}}$ <p>Rechnung ohne Zwischenergebnisse:</p> $a = \frac{F}{m} \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{v^2}{2 \cdot \frac{F}{m}} = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot F} = \frac{340\,000 \text{ kg} \cdot 6400 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1\,000\,000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{340\,000 \cdot 6400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^2}{2\,000\,000 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2} = \underline{\underline{1088 \text{ m}}}$ <p>Die Startbahn muss mindestens 1088 m lang sein.          Die Rechnung ohne Zwischenergebnisse ist genauer, da sie keine Rundungsfehler enthält.</p>	

<b>A4</b>	<b>Aufgabe</b>
<p>Ein unbeladenes Verkehrsflugzeug (40 t Masse) hebt nach dem Start mit einer Geschwindigkeit von 252 km/h ab. Die Startbahn ist 1,4 km lang.</p>	
a)	Wie lange dauert es bis zum Abheben (a = konstant)?
b)	Welche Beschleunigung und welche Kraft muss es beim Start erfahren?
c)	Um wie viel muss die Startbahn verlängert werden, wenn die Zuladung 10 t beträgt und Abhebgeschwindigkeit so wie Beschleunigungskraft gleich bleiben sollen?

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösungen</b>
a)	<p>gegeben : <math>m = 40 \text{ t} = 40000 \text{ kg}</math>    <math>v = 252 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math></p> <p><math>s = 1,4 \text{ km} = 1400 \text{ m}</math></p> <p>Rechnung mit Zwischenergebnissen:</p> <p><math>s = \frac{a}{2} \cdot t^2</math> (1)    <math>v = a \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{a} \Leftrightarrow t^2 = \frac{v^2}{a^2}</math> eingesetzt in (1)</p> <p><math>\Rightarrow s = \frac{a}{2} \cdot \frac{v^2}{a^2} = \frac{v^2}{2 \cdot a} \Leftrightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = \frac{4900 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1400 \text{ m}} = \frac{4900 \text{ m}^2}{2800 \text{ m} \cdot \text{s}^2} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p><math>t = \frac{v}{a} = \frac{70 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{70 \text{ m} \cdot \text{s}^2}{1,75 \text{ m} \cdot \text{s}} = \underline{\underline{40 \text{ s}}}</math></p> <p>Die Zeit bis zum Abheben dauert 40 s.</p>

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösungen</b>
b)	<p>gegeben : <math>m = 40000 \text{ kg}</math>    <math>\left( 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N} \right)</math></p> <p>aus a) <math>a = \frac{v^2}{2 \cdot s} = 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p><math>F = m \cdot a = 40000 \text{ kg} \cdot 1,75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 40000 \cdot 1,75 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{70000 \text{ N}}}</math></p> <p>Die Beschleunigung beträgt <math>1,75 \text{ m/s}^2</math>. Die Kraft <math>70\,000 \text{ N}</math>.</p>

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösungen</b>
c)	<p>gegeben : <math>m_z = 10000 \text{ kg} \Rightarrow m_g = 50000 \text{ kg}</math></p> <p><math>v = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}</math>    <math>F = 70000 \text{ N} = 70000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p>gesucht : <math>\Delta s</math>    Startbahnverlängerung</p> <p>neue Beschleunigung: <math>a = \frac{F}{m_g} = \frac{70000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{50000 \text{ kg}} = \frac{70000 \text{ kg} \cdot \text{m}}{50000 \text{ kg} \cdot \text{s}^2} = 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}</math></p> <p>aus a) <math>s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{4900 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{4900 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^2}{2,8 \text{ s}^2 \cdot \text{m}} = 1750 \text{ m}</math></p> <p>Startbahnverlängerung: <math>1750 \text{ m} - 1400 \text{ m} = \underline{\underline{350 \text{ m}}}</math></p> <p>Die Startbahn muss um <math>350 \text{ m}</math> auf <math>1750 \text{ m}</math> verlängert werden.</p>