**Schriftliche Übung Mathematik** **Do 27.11.08**
**SG26D** **NAME:**

| | | |
|---|---|---|
| Anzahl aller Möglichkeiten (AaM) für n Elemente bei k- mal ziehen. | Anordnung von k Elementen | $k!$ |
| | Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen | $n^k$ |
| | Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen | $\frac{n!}{(n-k)!}$ |
| | Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen | $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ |
| | Es gilt: $0! = 1! = 1$ und $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ aber $\binom{n}{1} = n$ | |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Berechnen Sie: | | | | | | | |
| | a) | $7!$ | b) | $9^6$ | c) | $\frac{8!}{(8-4)!}$ | d) | $\binom{49}{6}$ |
| | e) | Wie viele Möglichkeiten gibt es 6 Schüler auf 6 Stühle zu verteilen? | | | | | | |

| | | |
|---|---|---|
| A1 | Ausführliche Lösungen | |
| | a) | $7! = 7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 5040$ |
| | b) | $9^6 = 531441$ |
| | c) | $\frac{8!}{(8-4)!} = 8\cdot7\cdot6\cdot5 = 1680$ |
| | d) | $\binom{49}{6} = \frac{49\cdot48\cdot47\cdot46\cdot45\cdot44}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 13983816$ |
| | e) | $AaM = 6! = 6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 720$ |

| | | |
|---|---|---|
| 2. | In einer Packung sind 12 Glühlampen, davon sind drei defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse, wenn vier Glühlampen nacheinander „blind“ herausgegriffen werden? | |
| | A: Alle vier Glühlampen sind in Ordnung. | B: Genau zwei Glühlampen sind defekt. |

A2 Ausführliche Lösungen

**Modell: Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen.**

n = 12 Glühlampen, davon sind 3 defekt. 4 Glühlampen werden zufällig entnommen.
Die Anzahl der Möglichkeiten aus einer Packung mit 13 Glühlampen zufällig 4 auszuwählen ist:

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$$

A2 A: Alle 4 Glühlampen sind in Ordnung.
Die Anzahl der Möglichkeiten aus 9 heilen Glühlampen 4 auszuwählen ist 4 aus 9.

Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für A : $\binom{9}{4} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$

Damit ist $P(A) = \frac{126}{495} \approx 0{,}255$
die Wahrscheinlichkeit dafür, vier heile Glühlampen auszuwählen.

A2 B: Genau zwei Glühlampen sind defekt.
Von den 9 heilen Glühlampen werden 2 und von den 3 defekten Glühlampen werden zwei gezogen.

Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist : $\binom{9}{2} \cdot \binom{3}{2} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 1} = 108$

Damit ist $P(B) = \frac{108}{495} \approx 0{,}2\overline{18}$
die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den vier ausgewählten Glühlampen genau zwei defekt sind.

| | | |
|---|---|---|
| 3. | Ein Fahrradschloss (Zahlenschloss) besteht aus vier unabhängig voneinander beweglichen Rädern, die jeweils 6 Ziffern ( von 1 bis 6 ) enthalten. Das Schloss öffnet sich nur bei einer ganz bestimmten Zahlenkombination. | |
| | a) | Wie viele Stellungen (Zahlenkombinationen) hat das Fahrradschloss? |
| | b) | Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei der ersten Einstellung das Schloss zu öffnen? |

| | |
|---|---|
| A3 | Ausführliche Lösungen |
| | **Modell: Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen.**<br>Modellierung mit dem Urnenmodell:<br>Eine Urne enthält **n = 6** Kugeln mit den Nummern 1 bis 8.<br>Es wird **k = 4** mal gezogen **mit** Zurücklegen. |

| | | |
|---|---|---|
| A3 | A: | Die Anzahl der Zahlenkonbinationen beträgt: $n^k = 6^4 = \underline{\underline{1296}}$ |

| | | |
|---|---|---|
| A3 | B: | Die Wahrscheinlichkeit mit einem Versuch<br>die richtige Kombination zu finden ist $\frac{1}{1296} \approx \underline{\underline{0,000772}}$ |

| | |
|---|---|
| 4. | Vier Freunde gehen ins Kino. Sie haben in einer Reihe 4 nummerierte Plätze nebeneinander und verteilen die Karten zufällig.<br>Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven und Kai außen sitzen? |

| | |
|---|---|
| A4 | Ausführliche Lösung |
| | **Modell: Anordnung von k Elementen.**<br>Die Anzahl der Möglichkeiten 4 Personen auf 4 Plätze zu verteilen ist 4! |

| | |
|---|---|
| A4 | Sven und Kai sitzen außen.<br>SxxK oder KxxS Sven und Kai haben 2 Möglichkeiten, die beiden Freunde ebenfalls.<br><br>Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für B $2 \cdot 2 = 4$<br>Damit ist $P(B) = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0,1\overline{6}$<br>die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven und Kai außen sitzen. |

| | |
|---|---|
| 5. | In einer Lostrommel befinden sich 6 Lose mit den Nummern 1 bis 6.<br>Ein Spieler zieht nacheinander drei Lose. Zieht er in der Reihenfolge die Nummern 2, 4 und 6, so hat er gewonnen.<br>Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn. |

| | |
|---|---|
| A5 | Ausführliche Lösung |
| | Zuerst wird die Anzahl der Möglichkeiten berechnet, von diesen gibt es nur eine, die zum Gewinn führt, nämlich die Zahlenfolge 2, 4, 6.<br>Es handelt sich um eine geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen.<br>Aus **n = 6** Zahlen werden **k = 3** Zahlen gezogen.<br>Anzahl der Möglichkeiten: $\frac{n!}{(n-k)!}=\frac{6!}{3!}=\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1}=6\cdot5\cdot4=\underline{\underline{120}}$<br>$P(A)=\frac{1}{120}\approx\underline{\underline{0{,}00833}}$ |