Schriftliche Übung Mathematik **SG17D NAME:**	**Do 29.10.09**

1.	Was verstehen Sie unter einem Urnenmodell? Wozu wird es verwendet? Nennen Sie ein Beispiel.

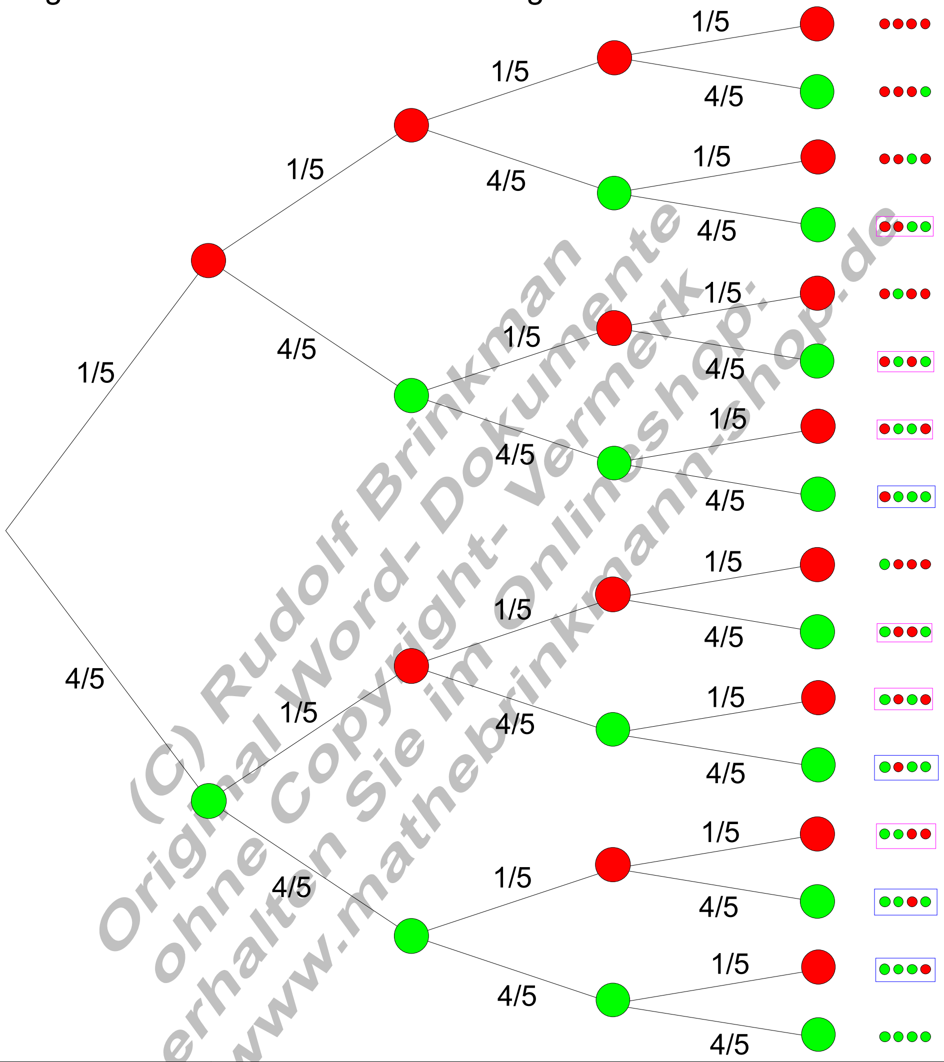
A1	Ausführliche Lösung	
	Viele Zufallsexperimente können mit dem Ziehen von unterscheidbaren Kugeln aus einem Gefäß, Urne genannt, modelliert werden. In der Urne befinden sich **n** Kugeln, von denen **k** gezogen werden. Das Ziehen kann auf zwei verschiedene Arten erfolgen: Eine Kugel wird gezogen und wieder zurückgelegt. Das entspricht dem Urnenmodell **mit Zurücklegen** Nach dem Ziehen der Kugel wird diese nicht wieder zurückgelegt. Das entspricht dem Urnenmodell **ohne Zurücklegen**	
	Beispiel: Zufallsexperiment Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei zweimaligem würfeln jeweils eine 6 zu werfen?	Urne mit 6 Kugeln nummeriert von 1 bis 6 **Zweimal ziehen mit zurücklegen.** Gesuchte Wahrscheinlichkeit: $P(6\,\vert\,6)=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{36}\approx 0{,}028$

2.	Wie lauten bei einem Baumdiagramm die erste und zweite Pfadregel?

A2	Ausführliche Lösung
	1. Pfadregel In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades **2. Pfadregel** In einem Baumdiagramm ist die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses gleich der Summe der für dieses Ereignis zugehörigen Pfadwahrscheinlichkeiten

3.	Bei der Produktion von Tongefäßen hat man erfahrungsgemäß 20% Ausschuss.	
	a)	Benennen Sie das Urnenmodell und zeichnen Sie das Baumdiagramm.
	b)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das bei der Herstellung von vier Gefäßen genau drei brauchbar sind?
	c)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das bei der Herstellung von vier Gefäßen genau zwei brauchbar sind?
	d)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das bei der Herstellung von vier Gefäßen mindestens drei brauchbar sind?

A3	Ausführliche Lösungen	
	a)	Modell: Urne mit einer roten (Ausschuss) und vier grünen (kein Ausschuss) Kugeln. Viermal Ziehen **mit** Zurücklegen.



A3	Ausführliche Lösungen	
	b)	A: Drei von vier sind brauchbar. Das Baumdiagramm enthält 4 Pfade, die für das Ereignis A relevant sind. $P(A)=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3=4\cdot\frac{64}{625}=\underline{\underline{0{,}4096}}$
	c)	B: Zwei von vier sind brauchbar. Das Baumdiagramm enthält 6 Pfade, die für das Ereignis B relevant sind. $P(B)=6\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2=6\cdot\frac{16}{625}=\underline{\underline{0{,}1536}}$
	d)	C: Mindestens drei von vier sind brauchbar. Das bedeutet drei oder mehr sind brauchbar. $P(C)=P(A)+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{1}{5}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^4=4\cdot\frac{64}{625}+\frac{256}{625}=\underline{\underline{0{,}8192}}$

4.	Ein Spieler interessiert sich dafür, wie oft er einen Würfel **mindestens** werfen muss, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von **mindestens** 99% insgesamt **mindestens** eine 6 wirft.

A4	Ausführliche Lösung

$P(6)=\frac{1}{6}$ Gegenereignis $P(\overline{6})=\frac{5}{6}$

Ereignis E: mindestens einmal 6

Gegenereignis: $\overline{E}$: keinmal die 6

Bei $n-$mal würfeln $P(\overline{E})=\left(\frac{5}{6}\right)^n \Rightarrow P(E)=1-P(\overline{E})=1-\left(\frac{5}{6}\right)^n$

$$P(E)\ge 0{,}99 \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^n \ge 0{,}99 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \ge -0{,}01 \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \le 0{,}01 \mid \cdot \ln$$

$$\Leftrightarrow n\cdot\ln\left(\frac{5}{6}\right) \le \ln(0{,}01) \mid : \underbrace{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}_{<0}$$

$$\Leftrightarrow n \ge \frac{\ln(0{,}01)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 25{,}26$$

Man muss den Würfel mindestens 26 mal werfen um mit einer Sicherheit von mindestens 99% mindestens einmal die 6 zu erhalten.