Schriftliche Übung Mathematik (für Nachschreiber)
SG16_26D NAME:

Anzahl aller Möglichkeiten (AaM) für n Elemente bei k- mal ziehen.		
	Anordnung von k Elementen	$k!$
	Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen	n^k
	Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\frac{n!}{(n-k)!}$
	Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
	Es gilt: $0! = 1! = 1$ und $\binom{0}{0} = \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ aber $\binom{n}{1} = n$	

1. In einer Urne befinden sich 14 gleichgroße Kärtchen, auf denen jeweils nur ein Buchstabe aufgedruckt ist.

Kärtchen mit den Buchstaben	A	E	N	O	T
Anzahl der Kärtchen	1	4	5	1	3

a) Aus der Urne werden mit einem Griff zwei Kärtchen gezogen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Buchstaben auf beiden Kärtchen gleich sind.

b) Der Urne werden nacheinander fünf Kärtchen entnommen und der Reihe nach nebeneinander gelegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Wort **TANNE** entsteht?

A1 Ausführliche Lösungen

Die Urne enthält insgesamt 14 Buchstaben:

$1 \cdot A \quad 4 \cdot E \quad 5 \cdot N \quad 1 \cdot O$ und $3 \cdot T$

A1 Ausführliche Lösungen

a) Beide Kärtchen sind gleich bedeutet:

$$EE \vee NN \vee TT \Rightarrow P(EE \vee NN \vee TT) = P(EE) + P(NN) + P(TT)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{14}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{14}{2}} = \underline{\underline{\frac{19}{91} \approx 0,209}}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass auf beiden Karten die Buchstaben gleich sind ist 0,209.

A1 Ausführliche Lösungen

b) 5 Karten angeordnet bilden das Wort TANNE

$$P(TANNE) = \frac{3}{14} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{4}{10} = \underline{\underline{\frac{1}{1001} \approx 0,001}}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Wort **TANNE** entsteht, ist etwa 0,001.

2.	Die Buchstaben des Wortes **ANANAS** werden geschüttelt und neu geordnet. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass wieder das Wort **ANANAS** entsteht?

A2	Ausführliche Lösungen
	ANANAS: Die Anzahl der Möglichkeiten 6 Buchstaben anzuordnen ist 6!

A2	Es entsteht wieder das Wort ANANAS. Anzahl der Möglichkeiten für A: $3 \cdot 2 \cdot 1$ für N: $2 \cdot 1$ für S: 1 Die Anzahl der Möglichkeiten für A ist: $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 12$ Damit ist $P(A) = \frac{12}{6!} = \frac{1}{60} = 0{,}01\overline{6}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nach dem Schütteln wieder das Wort ANANAS entsteht.

3.	Auf einer Geburtstagsfeier werden unter 8 Mädchen ein 1., ein 2. und ein 3. Preis verlost. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse?	
	A:	Anita gewinnt den 1., Irene den 2. und Katja den 3. Preis.
	B:	Anita, Irene und Katja gewinnen je einen Preis.

A3	Ausführliche Lösung
	Modell: Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen. Die Anzahl aller Möglichkeiten ist $\frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

A3	A:	Anita (1. Preis), Irene (2. Preis), Katja (3. Preis). Die Anzahl der Möglichkeiten für A ist: 1 Damit ist $P(A) = \frac{1}{336} \approx 0{,}00298$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anita den 1.Preis, Irene den 2. Preis und Katja den 3. Preis bekommt.

A3	B:	Anita, Irene und Katja gewinnen je einen Preis. Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist: $3! = 6$ Damit ist $P(B) = \frac{6}{336} = \frac{1}{56} \approx 0{,}0179$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Anita , Irene und Katja je einen Preis gewinnen.

4.	In einer Packung sind 10 Glühlampen, davon sind zwei defekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse, wenn drei Glühlampen „blind“ herausgegriffen werden?	
	A:	Alle drei Glühlampen sind in Ordnung.
	B:	Genau eine Glühlampe ist defekt.
	C:	Genau zwei Glühlampen sind defekt.

A4	Ausführliche Lösungen
	Modell: Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen. n = 10 Glühlampen, davon sind 2 defekt. 3 Glühlampen werden zufällig entnommen. Die Anzahl der Möglichkeiten aus einer Packung mit 10 Glühlampen zufällig 3 auszuwählen ist: $\binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

A4	A:	Alle 3 Glühlampen sind in Ordnung. Die Anzahl der Möglichkeiten aus 8 heilen Glühlampen 3 auszuwählen ist 3 aus 8. Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für A : $\binom{8}{3} = 56$ Damit ist $P(A) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\overline{6}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, drei heile Glühlampen auszuwählen.

A4	B:	Genau eine Glühlampe ist defekt. Von den 8 heilen Glühlampen werden 2 und von den 2 defekten Glühlampen wird eine gezogen. Die Anzahl der Möglichkeiten für B ist : $\binom{8}{2} \cdot \binom{2}{1} = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 2 = 56$ Damit ist $P(B) = \frac{56}{120} = \frac{7}{15} \approx 0,4\overline{6}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den drei ausgewählten Glühlampen eine defekt ist.

A4	C:	Genau zwei Glühlampen sind defekt. Von 8 heilen Glühlampen wird eine und von den 2 defekten Glühlampen werden 2 gezogen. Die Anzahl der Möglichkeiten für C ist : $\binom{8}{1} \cdot \binom{2}{2} = 8 \cdot 1 = 8$ Damit ist $P(C) = \frac{8}{120} = \frac{1}{15} \approx 0,0\overline{6}$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den drei ausgewählten Glühlampen zwei defekt ist.

5.	Vier Freunde gehen ins Kino. Sie haben in einer Reihe 4 nummerierte Plätze nebeneinander und verteilen die Karten zufällig. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse?	
	A:	Sven sitzt zwischen zwei Freunden.
	B:	Sven und Kai sitzen nebeneinander.

A5	Ausführliche Lösung
	Modell: Anordnung von k Elementen. Die Anzahl der Möglichkeiten 4 Personen auf 4 Plätze zu verteilen ist 4!

A5	A:	Sven sitzt zwischen zwei Freunden. Er hat zwei Möglichkeiten: xSxx oder xxSx (Platz 2 oder Platz 3) Die drei Freunde haben 3! Möglichkeiten Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für A $2 \cdot 3! = 12$ Damit ist $P(A) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven zwischen zwei Freunden sitzt.

A5	B:	Sven und Kai sitzen nebeneinander. SKxx KSxx xSKx xKSx xxSK xxKS das sind 6 Möglichkeiten. Für die beiden anderen gibt es 2 Möglichkeiten. Damit ist die Anzahl der Möglichkeiten für C $6 \cdot 2 = 12$ Damit ist $P(C) = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} = 0,5$ die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Sven und Kai nebeneinander sitzen.