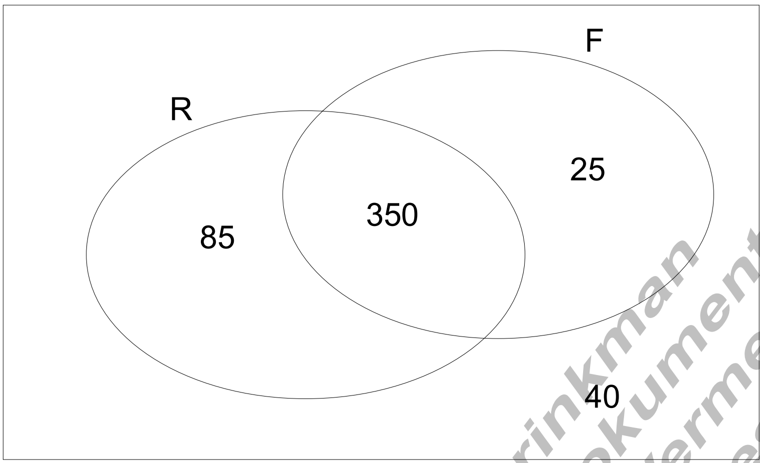
Lösungen Schriftliche Übung Nr. 1 Mathematik SG15/25D Do 13.9.07

Zu 1:



Von den 500 Haushalten haben:

350 Radio und Fernseher
85 nur Radio
25 nur Fernseher
40 weder Radio noch Fernseher

a) Radio oder Fernseher haben $85+350+25=460$ Haushalte.

b) $P(R \cup F) = P(R) + P(F) - P(R \cap F) = \frac{435}{500} + \frac{375}{500} - \frac{350}{500} = \underline{\underline{0{,}92}}$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Haushalt Radio oder Fernseher hat, beträgt 0,92.

c) $P(R) = \frac{85}{500} = \underline{\underline{0{,}17}}$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Haushalt nur Radio hat, beträgt 0,17.

d) $P(\neg R \cap \neg F) = \frac{40}{500} = \underline{\underline{0{,}08}}$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Haushalt weder Radio noch Fernseher hat, beträgt 0,08.

Zu 2.

a)

	M	J	Summe
S			
N			
Summe			1250

J bedeutet Jungen
M bedeutet Mädchen
S bedeutet Schwimmer
N bedeutet Nichtschwimmer

5,2% Nichtschwimmwe an der Schule bedeutet
$1250 \cdot 0{,}052 = 65$ Nichtschwimmer befinden sich an der Schule.
Damit gibt es $1250 - 65 = 1185$ Schwimmer an der Schule.
Die Anzahl der Jungen und der Mädchen an der Schule sei $x + y = 1250$
Die Anzahl der Nichtschwimmer an der Schule ist demnach
$0{,}044x + 0{,}064y = 65$ (zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten)

x	y	
1	1	1250
$\frac{44}{1000}$	$\frac{64}{1000}$	$65 \mid \cdot 1000$
1	1	$1250 \mid \cdot 44$
44	64	65000
44	44	55000
44	64	65000 II − I
44	44	55000
0	20	10000

$20y = 10000 \mid : 20$
$\Leftrightarrow y = 500$
$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid -44 \cdot 500$
$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$
$\Leftrightarrow x = 750$
An der Schule befinden sich
750 Mädchen und 500 Jungen

4,4% der Mädchen sind Nichtschwimmer, das sind $750 \cdot 0{,}044 = 33$
6,4% der Jungen sind Nichtschwimmer, das sind $500 \cdot 0{,}064 = 32$
Mit den nun bekannten Werten wird die Vierfeldtabelle vervollständigt.

	M	J	Summe
S	717	468	1185
N	33	32	65
Summe	750	500	1250

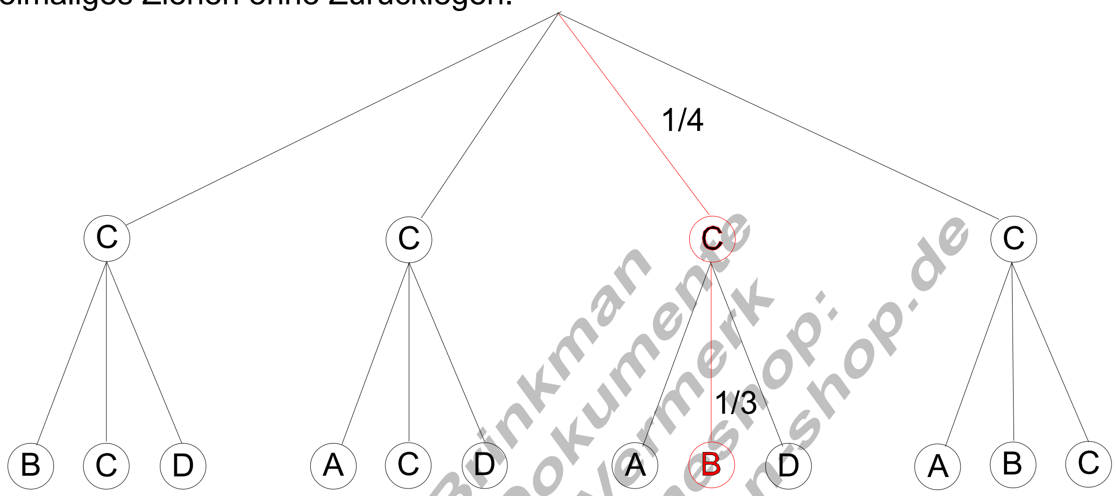
	M	J	Summe
S	$\frac{717}{1250} = 0{,}5736$	$\frac{468}{1250} = 0{,}3744$	$\frac{1185}{1250} = 0{,}948$
N	$\frac{33}{1250} = 0{,}0264$	$\frac{32}{1250} = 0{,}0256$	$\frac{65}{1250} = 0{,}052$
Summe	$\frac{750}{1250} = 0{,}6$	$\frac{500}{1250} = 0{,}4$	$\frac{1250}{1250} = 1$

b) $P(A) = 0{,}6$ Ist die Wahrscheinlichkeit bei einer zufälligen Auswahl ein Mädchen zu wählen.

c) $P(B) = 0{,}3744$ Ist die Wahrscheinlichkeit bei einer zufälligen Auswahl einen Jungen zu wählen, der schwimmen kann.

d) $P(C) = 0{,}0264$ Ist die Wahrscheinlichkeit bei einer zufälligen Auswahl eine Mädchen zu wählen, das nicht schwimmen kann.

Zu 3:
Urnenmodell: Urne mit 4 Kugeln mit den Bezeichnungen A B C D.
Zweimaliges Ziehen ohne Zurücklegen.



$$P(CB)=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\underline{\underline{\frac{1}{12}\approx 0{,}083}}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Christin (C) abspült und Balduin (B) abtrocknet, beträgt etwa 0,083.

Zu 4.

Wir definieren das Ereignis E: Bei n - Würfen mindestens eine 6 werfen.
Das Gegenereignis lautet: $\overline{E}$: Bei n - Würfen keine 6 werfen.

Die Wahrscheinlichkeit von $\overline{E}$ ist: $P(\overline{E}) = \left(\frac{5}{6}\right)^n$

Damit wird die Wahrscheinlichkeit von E: $P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$

In der Aufgabenstellung war gefordert, dass $P(E) \geq 0{,}96$ sein soll.

$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}96$ gesucht ist die Zahl n (Anzahl der Würfe)

Lösung durch umformen und logarithmieren.

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0{,}96 \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{5}{6}\right)^n \geq -0{,}04 \,|\cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0{,}04 \,|\ln$$

$$\Leftrightarrow n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0{,}04) \,|:\ln\left(\frac{5}{6}\right) \approx -0{,}18 < 0 \Rightarrow \text{Relationszeichen } \leq \text{ umdrehen}$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{\ln(0{,}04)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)} \approx 17{,}655$$

Der Spieler muss den Würfel mindestens 18 mal werfen um mit einer Sicherheit von mindestens 96% mindestens einmal die 6 zu erhalten.