Analysis- Formelsammlung

Binomische Formeln

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Logarithmengesetze zur Basis e $\quad e^x = b \Leftrightarrow x = \ln(b)$

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

p – q – Formel

Normalform der quadratischen Gleichung $\quad x^2 + px + q = 0$

$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \qquad x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

Steigung einer Geraden durch 2 Punkte

$f(x) = a_1 x + a_0 \qquad P_1(x_1 \mid y_1); P_2(x_2 \mid y_2) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Orthogonale Geraden

Für die Steigung zweier senkrecht aufeinander stehender Geraden g und h gilt:

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = -1 \quad \text{bzw.} \quad a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$$

Quadratische Funktionen

$f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \qquad S(x_s \mid y_s) \qquad f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$

x_1 und x_2 seien Nullstellen von $f(x)$ dann gilt: $\quad f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2)$

und für den Scheitelpunkt gilt: $\quad x_s = \frac{x_1 + x_2}{2};\ y_s = f(x_s)$

Tangente und Normale

Tangente und Normale an den Graphen von $f(x)$ durch den Punkt $P(x_0 \mid f(x_0))$

Gleichung der Tangente

$$t(x) = \underbrace{f'(x_0)}_{\text{Steigung}}(x - x_0) + f(x_0)$$

Gleichung der Normalen

$$n(x) = \underbrace{-\frac{1}{f'(x_0)}}_{\text{Steigung}}(x - x_0) + f(x_0);\ f'(x_0) \neq 0$$

Differenzial – und Integralrechnung		
Funktion	**Ableitung**	**Stammfunktion**
$f(x)$	$f'(x)$	$F(x)=\int f(x)\,dx$
$f(x)=k$	$f'(x)=0$	$\int k\,dx=k\cdot x+C$
$f(x)=x^n$	$f'(x)=n\cdot x^{n-1}$	$\int x^n\,dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C \quad (n\neq -1)$
$f(x)=e^x$	$f'(x)=e^x$	$\int e^x\,dx=e^x+C$
$f(x)=a^x$	$f'(x)=a^x\cdot\ln(a)$	$\int a^x\,dx=\frac{1}{\ln(a)}a^x+C \quad (a>0\,,a\neq 1)$
$f(x)=\ln(x)$	$f'(x)=\frac{1}{x}$	$\int \ln(x)\,dx=x\cdot\ln(x)-x+C \quad (x>0)$
$f(x)=\frac{1}{x}=x^{-1}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}=-x^{-2}$	$\int \frac{1}{x}\,dx=\ln\lvert x\rvert+C \quad (x\neq 0)$

Regeln zur Differenzialrechnung	
Produktregel	$f(x)=u(x)\cdot v(x) \quad \Rightarrow \quad f'=u'\cdot v+u\cdot v'$
Quotientenregel	$f(x)=\frac{u(x)}{v(x)} \quad \Rightarrow \quad f'=\frac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$
Kettenregel	$f(x)=f\left[z(x)\right] \quad \Rightarrow \quad f'(x)=\underbrace{f'(z)}_{\text{äußere Ableitung}}\cdot\underbrace{z'(x)}_{\text{innere Ableitung}}$

Integration durch Substitution

$f(x)=e^{2x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\,dx=\int e^{2x}\,dx=?$

Substitution: $u(x)=2x=u$ bilde $u'(x)=\frac{du}{dx}=2\Rightarrow dx=\frac{du}{2}$

$$\int f(x)\,dx=\int e^u\frac{du}{2}=\frac{1}{2}\int e^u\,du=\frac{1}{2}e^u+C$$

Zurücksubstitution: $\frac{1}{2}e^u+C=\frac{1}{2}e^{2x}+C$ also: $F(x)=\int(x)dx=\int e^{2x}dx=\underline{\underline{\frac{1}{2}e^{2x}+C}}$

Partielle Integration

$f(x)=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'(x)\cdot v(x)+u(x)\cdot v'(x)$

$\int u(x)\cdot v'(x)\,dx=u(x)\cdot v(x)-\int u'(x)\cdot v(x)\,dx$

$\int \underbrace{x}_{u}\cdot\underbrace{e^x}_{v'}\,dx=u\cdot v-\int u'\cdot v\,dx$

$u=x\Rightarrow u'=1$

$v'=e^x\Rightarrow v=e^x$

$\int x\cdot e^x\,dx=x\cdot e^x-\int 1\cdot e^x\,dx=x\cdot e^x-e^x+C=\underline{\underline{(x-1)e^x+C}}$