Ökonomische Funktionen (Kostenrechnung)

Anhand eines typischen Beispiels werden ökonomische Probleme mittels linearer und quadratischer Funktionen gelöst.

Kostenfunktion:	$K(x) = 0,2x + 1,6$	Gerade
Erlösfunktion:	$E(x) = -0,2x^2 + 2x$	Parabel, nach unten geöffnet
Gewinnfunktion ist:	$G(x) = E(x) - K(x)$	Erlösfunktion - Kostenfunktion
Gewinnfunktion:	$G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$	Parabel, nach unten geöffnet

Erlösmaximum Die *Erlösmaximale Ausbringungsmenge* und das *Erlösmaximum* erhält man, indem man den Term der Erlösfunktion E(x) in die Scheitelpunktform umwandelt und daraus den Scheitelpunkt abliest.	$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 - 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[(x-5)^2 - 25\right]$ $= -0,2(x-5)^2 + 5$ (Scheitelpunktform)

Bei einer Ausbringungsmenge von 5 ME ist der Erlös mit 5 GE maximal.

Erlösschwelle und ***–grenze*** eines Betriebes sind die Stellen, an denen der Erlös Null ist. Zu lösen ist also die Gleichung E(x) = 0	$E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0,2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5 \rvert = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ oder $x = 10$

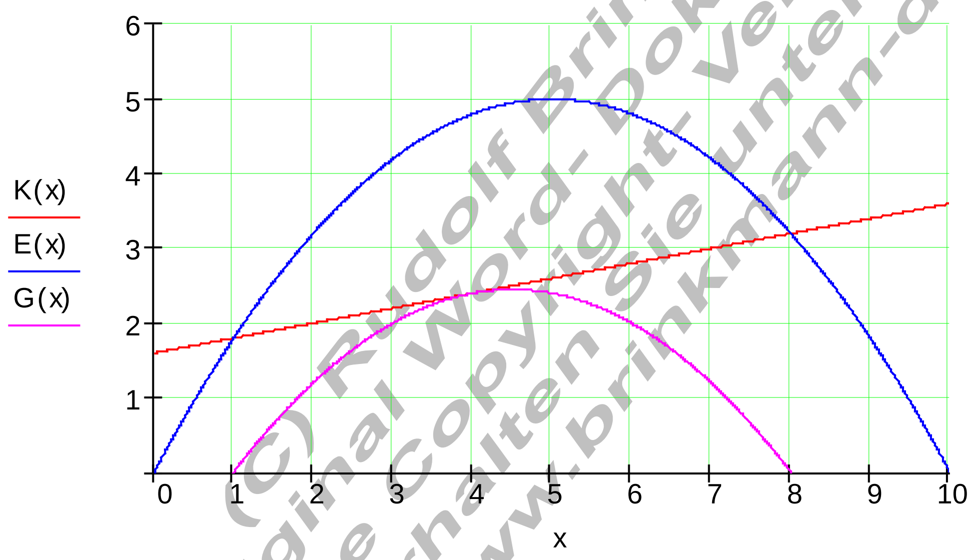
Erlösschwelle bei 0 ME und Erlösgrenze bei 10 ME

Gewinnschwelle und ***–grenze*** eines Betriebes sind die Stellen, an denen der Gewinn Null ist. Zu lösen ist also die Gleichung G(x) = 0	$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 1,8x - 1,6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9\,;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8$; $x_1 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$

Gewinnschwelle bei 1 ME und Gewinngrenze bei 8 ME

Gewinnmaximum Die *Gewinnmaximale Ausbringungsmenge* und das *Gewinnmaximum* erhält man, indem man den Term der Gewinnfunktion G(x) in die Scheitelpunktform umwandelt und daraus den Scheitelpunkt abliest.	$G(x) = -0{,}2x^2 + 1{,}8x - 1{,}6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5} \cdot \frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform)

Bei einer Ausbringungsmenge von 4,5 ME ist der Gewinn mit 2,45 GE maximal.



Bei einer Ausbringungsmenge von 5 ME ist der **Erlös** mit 5 GE maximal
Erlösschwelle bei 0 ME und **Erlösgrenze** bei 10 ME
Gewinnschwelle bei 1 ME und **Gewinngrenze** bei 8 ME
Bei einer Ausbringungsmenge von 4,5 ME ist der **Gewinn** mit 2,45 GE maximal.