

## Funktionen in der Mathematik (Kurzform)

In Natur und Alltag hängt sehr oft der Wert einer Größe vom Wert einer anderen Größe ab.

### Beispiele:

Der **Preis** einer Ware hängt von der verkauften **Menge** ab.

Die Gemessene **Außentemperatur** hängt von der **Tageszeit** ab.

Der zurückgelegte **Weg** eines Radfahrers hängt von der **Fahrzeit** ab.

Der **Bremsweg** eines Autos hängt von seiner **Geschwindigkeit** ab.

Das **Wachstum** eines Kindes hängt von seinem jeweiligen **Alter** ab.

Die **Note** einer Mathematikarbeit hängt von der erreichten **Punktzahl** ab.

In vielen Fällen lassen sich die Zusammenhänge und Abhängigkeiten mathematisch fassen.

Aus obigem Beispiel ist zu ersehen, dass jeweils zwei Größen einander zugeordnet werden.

Preis – Menge, Temperatur – Zeit, Bremsweg – Geschwindigkeit, Note – Punktzahl. Diese Größen nennt man auch **Variablen**. Dabei ist zu überlegen, welche Variable von der anderen abhängig ist.

Die Note einer Mathematikarbeit hängt von der erreichten Punktzahl ab und nicht umgekehrt.

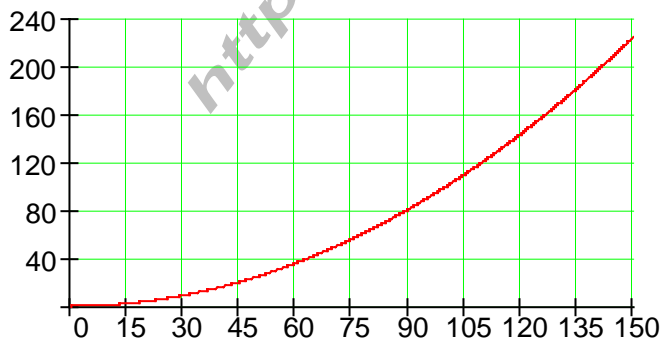
Man bezeichnet daher die **Note als abhängige Variable** und die **Punktzahl als unabhängige Variable**.

Es gibt drei Möglichkeiten den funktionalen Zusammenhang zweier Variablen zu beschreiben. Das soll nun am Beispiel des Bremsweges eines Autos beschrieben werden.

1. Für verschiedene Geschwindigkeiten wird der Bremsweg gemessen und in eine **Wertetabelle** eingetragen.

Geschwindigkeit in km/h	30	50	80	100	120	150
Bremsweg in m	9	25	64	100	144	225

2. Dieser Sachverhalt kann in einem Koordinatensystem graphisch dargestellt werden. Dabei spricht man von dem **Graphen** einer Funktion.



3. Oft ist es auch möglich den funktionalen Zusammenhang durch eine **Funktionsgleichung** darzustellen.

Für den Bremsweg gilt:  $B(v) = 0,01 \cdot v^2$

oder  $y = f(x) = 0,01 \cdot x^2$

Dabei steht  $y = f(x)$  für den Bremsweg, und besagt, dass die  $y$ -Koordinate im Koordinatensystem eine Funktion der unabhängigen Variable  $x$  ist.

$f(x) = 0,01 \cdot x^2$  ist die Funktionsgleichung, die die Vorschrift angibt, wie der Funktionswert  $f(x)$  zu bilden ist.

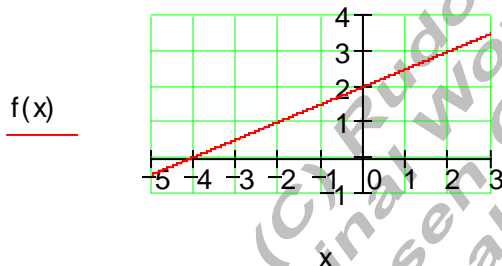
Statt Funktionsgleichung sagt man auch **Funktionsvorschrift**.

Die wesentliche Eigenschaft einer Funktion ist:

**Jedem Wert der unabhängigen Variablen ( $x$ ) wird genau ein Funktionswert  $f(x)$  zugeordnet.**

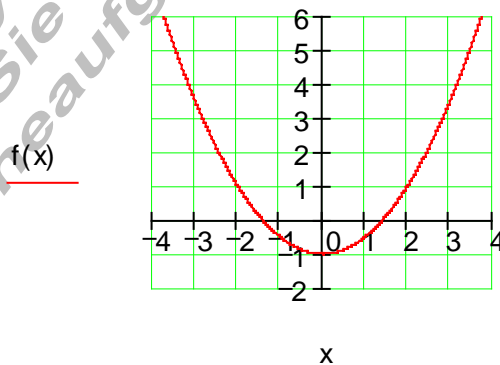
### Beispiele mathematischer Funktionen und Funktionsgleichungen.

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x + 2$$



Lineare Funktion (Gerade)

$$f(x) := \frac{1}{2} \cdot x^2 - 1$$



Quadratische Funktion (Parabel)

## Definitions – und Wertemenge von Funktionen

Die **Definitionsmenge (D)** einer Funktion ist die Menge aller unabhängigen Variablen, für die die Funktionsgleichung definiert ist.

Beispiel:

$$f(x) = 2x + 1 \quad \text{Definitionsmenge } D = \mathbb{R}$$

oder  $D \subset \mathbb{R}$

(eingeschränkte Definitionsmenge)

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{Definitionsmenge } D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

da durch Null nicht dividiert werden darf

Die **Wertemenge (W)** ist die Menge aller Funktionswerte.

Beispiel:

$$f(x) = x + 1 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}$$

Die Funktion kann jeden beliebigen Wert annehmen.

$$f(x) = x^2 \quad D = \mathbb{R}; W = \mathbb{R}_+$$

es treten nur positive Funktionswerte auf

(C) Rudolf Brinkmann  
Original Word-Dokumente  
ohne diesen Copyright-Vermerk  
erhalten Sie unter:  
<http://www.matheaufgaben-du.de>