

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Di 23.04.2013
SB22 Z Gruppe A	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1.	Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen.		
a)	$x^2 - 8x + 7 = 0$	b)	$3x^2 + 12x + 3 = 0$

A1a	Ausführliche Lösung
	$x^2 - 8x + 7 = 0$ $p = -8 \quad q = 7$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = 4 + 3 = 7 \\ x_2 = 4 - 3 = 1 \end{array} \right.$

A1b	Ausführliche Lösung
	$3x^2 + 12x + 3 = 0 \quad :3 \Leftrightarrow$ $x^2 + 4x + 1 = 0$ $p = 4 \quad q = 1$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 1 = 3$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = -2 + \sqrt{3} \approx -0,268 \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \approx -3,732 \end{array} \right.$

2.	$f(x) = -x^2 + x + 6$								
	Zeichnen Sie den Graphen der Parabel. Füllen Sie dazu die Wertetabelle aus.								
	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	f(x)	-6	0	4	6	6	4	0	-6

A2	Ergebnis																					
	Funktionsgleichung : $f(x) = -x^2 + x + 6$ Wertetabelle : <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>-6</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>0</td> <td>-6</td> </tr> </table>	x	-3	-2	-1	0	f(x)	-6	0	4	6	x	1	2	3	4	f(x)	6	4	0	-6	
x	-3	-2	-1	0																		
f(x)	-6	0	4	6																		
x	1	2	3	4																		
f(x)	6	4	0	-6																		

3.	$f(x) = x^2 + 4x - 5$ S(-2 -9)
	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte. Zeichnen Sie den Graphen unter zu Hilfenahme des Scheitelpunktes.

A3	Ergebnis	
	Funktionsgleichung : $f(x) = x^2 + 4x - 5$ Nullstellen : $x_1 = -5$; $x_2 = 1$ Schnittpunkt mit der x - Achse : $P_{x1}(-5 0)$; $P_{x2}(1 0)$ Schnittpunkt mit der y - Achse : $P_y(0 -5)$	

4.	$f(x) = x^2 + 4x + 1$
	Berechnen Sie die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt. Zeichnen Sie den Graphen.

A 4	Ergebnis
	<p>Funktionsgleichung :</p> $f(x) = x^2 + 4x + 1$ <p>Scheitelpunktform :</p> $f(x) = (x + 2)^2 - 3$ <p>Scheitelpunkt :</p> $S(-2 -3)$

5.	Gegeben sind die Funktionsgleichungen folgender Parabel:
	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$
a)	Bestimmen Sie die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt.
b)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
c)	Beschreiben Sie schrittweise, wie $f(x)$ aus der Normalparabel entsteht und wie sie geöffnet ist.
d)	Zeichnen Sie den Graphen von $f(x)$ in ein geeignetes Koordinatensystem.

A5	Scheitelpunktberechnung über die quadratische Ergänzung.
a)	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ $\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [x^2 - 8x + 10] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 10]$ $\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [(x - 4)^2 - 16 + 10] \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2} \cdot [(x - 4)^2 - 6]$ $\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 3 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 -3)$

A5	Berechnung der Achsenschnittpunkte.	
b)	<p>Achsenschnittpunkte von $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ bzw. $f(x) = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3$</p> <p>Schnittpunkt mit der y-Achse : $y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 5)$</p> <p>Nullstellen:</p> $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \quad +3$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \quad \cdot 2$ $\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \quad \sqrt{}$ $\Leftrightarrow x-4 = \sqrt{6}$	<p>falls $x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{6} \quad +4$</p> $\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{6}$ <p>falls $x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} \quad \cdot (-1)$</p> $\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{6} \quad +4$ $\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{6}$ <p>$P_{x_1}(4 + \sqrt{6} \approx 6,449 \quad \quad 0)$</p> <p>$P_{x_2}(4 - \sqrt{6} \approx 1,551 \quad \quad 0)$</p>

A5	Schrittweise Beschreibung wie aus der Normalparabel $f(x)$ entsteht.	
c)	Der Scheitelpunkt der Normalparabel wird um 4 Einheiten nach rechts und um 3 Einheiten nach unten verschoben. Die Parabel wird mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht. Die Parabel ist nach oben geöffnet.	

A5	Der Graph	
d)	<p>The graph shows a red parabola on a coordinate system. The x-axis is labeled from -1 to 9, and the y-axis is labeled from -4 to 7. The parabola opens upwards. Its vertex is at (4, -3). It passes through the y-axis at (0, 5). The x-intercepts are at approximately (1.55, 0) and (6.45, 0). The curve is labeled f(x) with a red underline.</p>	

Viel Erfolg

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Di 23.04.2013
SB22 Z Gruppe B	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner

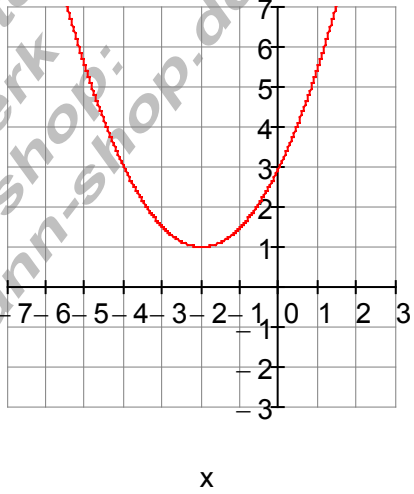
Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1.	Lösen Sie folgende quadratische Gleichungen.	
a)	$x^2 + 4x - 5 = 0$	b) $-x^2 + 8x - 8 = 0$

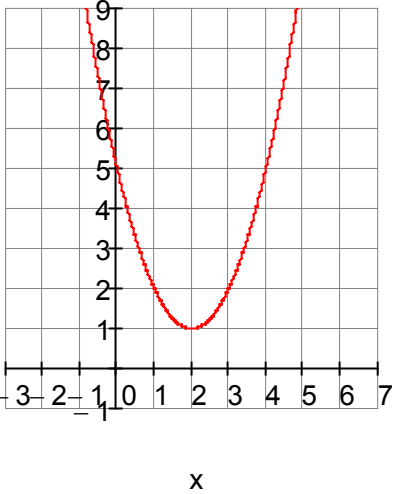
B1a	Ausführliche Lösung
	$x^2 + 4x - 5 = 0$ $p = 4 \quad q = -5$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 5 = 9$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = -2 + 3 = 1 \\ x_2 = -2 - 3 = -5 \end{array} \right.$

B1b	Ausführliche Lösung
	$-x^2 + 8x - 8 = 0 \quad \cdot (-1)$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0$ $p = -8 \quad q = 8$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 8 = 8$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6,828 \\ x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1,172 \end{array} \right.$

2.	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$									
Zeichnen Sie den Graphen der Parabel. Füllen Sie dazu die Wertetabelle aus.										
	x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
	f(x)	9	5,5	3	1,5	1	1,5	3	5,5	9

B2	Ergebnis					
Funktionsgleichung :						
$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$						
Wertetabelle :						
	x	-6	-5	-4	-3	-2
	f(x)	9	5,5	3	1,5	1
	x	-1	0	1	2	3
	f(x)	1,5	3	5,5	9	13,5
						

3.	$f(x) = x^2 - 4x + 5$ S(2 1)
Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.	
Zeichnen Sie den Graphen unter zu Hilfenahme des Scheitelpunktes.	

B3	Ergebnis
Funktionsgleichung :	
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	
Nullstellen :	
keine	
Schnittpunkt mit der x – Achse :	
nicht vorhanden	
Schnittpunkt mit der y – Achse :	
$P_y(0 5)$	
	

4.	$f(x) = x^2 - 4x + 1$
	Berechnen Sie die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt. Zeichnen Sie den Graphen.

B4	Ergebnis
	<p>Funktionsgleichung :</p> $f(x) = x^2 - 4x + 1$ <p>Scheitelpunktform :</p> $f(x) = (x - 2)^2 - 3$ <p>Scheitelpunkt :</p> $S(2 -3)$

5.	Gegeben sind die Funktionsgleichungen folgender Parabel:
	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$
a)	Bestimmen Sie die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt.
b)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
c)	Beschreiben Sie schrittweise, wie $f(x)$ aus der Normalparabel entsteht und wie sie geöffnet ist.
d)	Zeichnen Sie den Graphen von $f(x)$ in ein geeignetes Koordinatensystem.

B5	Scheitelpunktberechnung über die quadratische Ergänzung.
a)	$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ $\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [x^2 + 4x - 12] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12]$ $\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [(x+2)^2 - 4 - 12] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2} \cdot [(x+2)^2 - 16]$ $\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \text{ Scheitelpunkt: } S(-2 8)$

B5	Berechnung der Achsenschnittpunkte.	
b)	<p>Achsenschnittpunkte von $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ bzw. $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$</p> <p>Schnittpunkt mit der y - Achse : $y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 6)$</p> <p>Nullstellen: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0 \quad -8$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8 \quad \cdot (-2)$ $\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \quad \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x+2 = \sqrt{16}$</p>	<p>falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = 4 \quad -2$ $\Leftrightarrow x = x_1 = 2$</p> <p>falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4 \quad \cdot (-1)$ $\Leftrightarrow x+2 = -4 \quad -2$ $\Leftrightarrow x = x_2 = -6$</p> <p>$P_{x_1}(2 0)$ und $P_{x_2}(-6 0)$</p>

B5	Schrittweise Beschreibung wie aus der Normalparabel $f(x)$ entsteht.	
c)	<p>Der Scheitelpunkt der Normalparabel wird um 2 Einheiten nach links und um 8 Einheiten nach oben verschoben. Die Parabel wird mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ gestaucht und an der x- Achse gespiegelt, sie ist nach unten geöffnet.</p>	

B5	Der Graph	
d)	<p>The graph shows a downward-opening parabola on a coordinate system. The x-axis is labeled from -7 to 4, and the y-axis is labeled from -2 to 9. The vertex of the parabola is at (-2, 8). The parabola passes through the y-axis at (0, 6) and has x-intercepts at (-6, 0) and (2, 0). A red line points to the curve with the label f(x).</p>	

Viel Erfolg