

Klassenarbeit Mathematik (für Nachschreiber) Bearbeitungszeit 90 min.
SB22 Z Gruppe A NAME:

Hilfsmittel: Taschenrechner

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1.	Berechnen und vereinfachen Sie::	
a)	$6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)]$	b) $(x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)]$
c)	$\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$	d) $\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2$

A1	Ausführliche Lösung	
a)	$6x - [9y - (2x + 4z) - (2x + 3y - 8z)]$ $= 6x - [9y - 2x - 4z - 2x - 3y + 8z]$ $= 6x - [6y - 4x + 4z]$ $= 6x - 6y + 4x - 4z$ $= 10x - 6y - 4z$ $= \underline{\underline{2(5x - 3y - 2z)}}$	() lösen [] zusammenfassen [] auflösen zusammenfassen den Faktor 2 ausklammern

A1	Ausführliche Lösung	
b)	$(x - 11) - [x - (5x - 7)] - [2 + (4 - 3x)]$ $= x - 11 - [x - 5x + 7] - [2 + 4 - 3x]$ $= x - 11 - [-4x + 7] - [6 - 3x]$ $= x - 11 + 4x - 7 - 6 + 3x$ $= 8x - 24$ $= \underline{\underline{8(x - 3)}}$	() auflösen [] zusammenfassen [] lösen zusammenfassen den Faktor 8 ausklammern

A1	Ausführliche Lösung	
c)	$\frac{1}{2}(2x - 4) - 5(2x + 8) + \frac{1}{4}(12x - 4)$ $= x - 2 - 10x - 40 + 3x - 1$ $= \underline{\underline{-6x - 43}}$	ausmultiplizieren zusammenfassen

A1	Ausführliche Lösung	
d)	$\left(8x + \frac{1}{2}y\right)^2 = 64x^2 + 2 \cdot 8x \cdot \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}y^2 = \underline{\underline{64x^2 + 8xy + \frac{1}{4}y^2}}$	

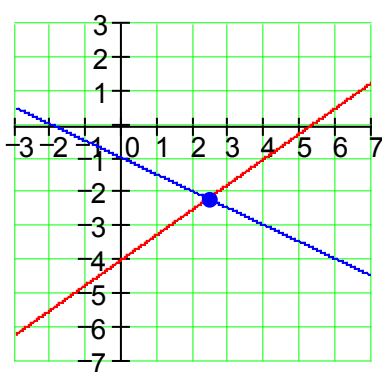
2. Klammern Sie aus.

a)	$-7x + 14xy = -7x(\dots)$	b)	$\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a \cdot (\)$
----	---------------------------	----	---

A2	Ausführliche Lösung
a)	$-7x + 14xy = -7x(\dots)$ $-7x$ ist auszuklammern: $-7x \cdot 1 - 7x \cdot (-2y) = -7x(1 - 2y) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{1 - 2y}}$

A2	Ausführliche Lösung
b)	$\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = 5a(\dots)$ $5a$ ist auszuklammern $\frac{5}{3}a + 5a^2 - \frac{10}{3}a^3 = \frac{1}{3} \cdot 5a + 5a \cdot a - \frac{2}{3} \cdot 5a \cdot a^2$ $= 5a \cdot \frac{1}{3} + 5a \cdot a - 5a \cdot \frac{2}{3}a^2 = 5a \left(\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2 \right) \Rightarrow (\dots) = \underline{\underline{\frac{1}{3} + a - \frac{2}{3}a^2}}$

3.	Geradenschnittpunkt
	Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = \frac{3}{4}x - 4$ und $g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem. Ansatz: $f(x) = g(x)$

A3	Ausführliche Lösung
	$g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$ $g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$ $\Leftrightarrow x_s = \frac{12}{5}$ $y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5} - 4 = -\frac{11}{5}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{12}{5} = 2,4 \mid -\frac{11}{5} = -2,2\right)}}$
	 <p>x, x_s</p>

4.	Senkrechte Geraden
----	---------------------------

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Geraden $g_1(x)$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden, wenn diese durch den Punkt P_1 verläuft. Berechnen Sie den Schnittpunkt beider Geraden und zeichnen Sie beide Geraden in ein Koordinatensystem.

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \text{ gesucht wird:}$$

$$g_2(x) \perp g_1(x) \text{ durch } P_1(3 | -2)$$

A4 Ausführliche Lösung

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad P_1(3 | -2)$$

$$a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$g_2(x) = -2x + a_{0g2} \text{ mit } P_1(3 | -2) \text{ gilt:}$$

$$g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2 \cdot 3 + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$$

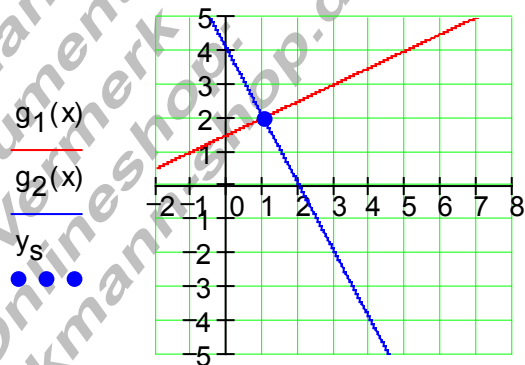
$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \quad g_2(x) = -2x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1 | 2)}}$$



x, x_s, x_s

Vorgehensweise:

Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden ist der negativ- reziproke Wert des Steigungsfaktors der Geraden $g_1(x)$. Das bedeutet im Klartext: Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden findet man, indem man den Kehrwert ihres Steigungsfaktors bildet und mit -1 multipliziert. Sollte der Steigungsfaktor von $g_1(x)$ eine ganze Zahl sein, ist daraus ein Bruch zu bilden, indem man die Zahl mit dem Nenner 1 vesieht. In die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer linearen Funktion trägt man den Steigungsfaktor a_{12} der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante a_0 berechnen.

5.	Zur Versorgung der Futterautomaten im Strichelzoo „Koalabär“ benötigt der Tierpfleger täglich 7,5 kg Tierfutter. Zwölf Tage, nachdem das Futterlager zum letzten mal aufgefüllt wurde, befinden sich dort noch 250 kg.
a)	Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die diesen Sachverhalt beschreibt und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
b)	Auf welche Menge wurde das Futterlager vor zwölf Tagen aufgefüllt?
c)	Bei einem Lagerbestand von 50 kg wird der Bestand wieder auf die unter b) berechnete Menge aufgestockt. Wann ist das erforderlich?

A5 Ausführliche Lösung
<p>a) x- Achse: Zeit in Tagen y- Achse: Futterbestand in kg</p> $f(x) = -7,5x + a_0$ $P(12 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$ $\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 +90$ $\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$

A5 Ausführliche Lösung
<p>b) Der Auffüllzeitpunkt liegt bei $x = 0$.</p> $\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$ <p>Der Futterbestand wurde vor 12 Tagen auf 340 kg aufgefüllt.</p>

A5	Ausführliche Lösung
c)	$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 -340$ $\Leftrightarrow -7,5x = -290 :(-7,5)$ $\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$ <p>Nach etwa 38,7 Tagen ist das Futterlager wieder aufzufüllen.</p>

6.	<p>Der Telefondienst „Basic“ bietet an: Jede Gesprächsminute kostet 0,03 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 10 €. Die Konditionen von „Voda“ lauten: Jede Gesprächsminute kostet 0,06 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 5 €.</p>
a)	Bei wie viel Minuten sind die Kosten bei beiden gleich?
b)	Ihnen stehen 30 € monatlich zum Telefonieren zur Verfügung (Opa zahlt). Welchen Dienst wählen Sie und wie lange können Sie bei dem gewählten Anbieter telefonieren?
c)	Stellen Sie die Ergebnisse von a) und b) im Koordinatensystem dar.

A6	Ausführliche Lösung
a)	<p>Basic : $K_1(x) = 0,03x + 10$ Voda : $K_2(x) = 0,06x + 5$</p> <p>Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden.</p> $K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,06x + 5 = 0,03x + 10 -0,03x$ $\Leftrightarrow 0,03x + 5 = 10 -5$ $\Leftrightarrow 0,03x = 5 :0,03$ $\Leftrightarrow x = \frac{500}{3} = 166\frac{2}{3}$ $K_1\left(\frac{500}{3}\right) = 0,03 \cdot \frac{500}{3} + 10 = \frac{3}{100} \cdot \frac{500}{3} + 10 = 15$ $K_2\left(\frac{500}{3}\right) = 0,06 \cdot \frac{500}{3} + 5 = \frac{6}{100} \cdot \frac{500}{3} + 5 = 15$ <p>Nach 166,66.. Minuten herrscht Kostengleichheit (15 €).</p>

A6	Ausführliche Lösung		
b)	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;"> <p>Basic :</p> $K_1(x) = 30 \Leftrightarrow 0,03x + 10 = 30 -10$ $\Leftrightarrow 0,03x = 20 :0,03$ $\Leftrightarrow x = 666\frac{2}{3}$ </td> <td style="width: 50%; border: none;"> <p>Voda :</p> $K_2(x) = 30 \Leftrightarrow 0,06x + 5 = 30 -5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 25 :0,06$ $\Leftrightarrow x = 416\frac{2}{3}$ </td> </tr> </table> <p>Der Dienst von Basic ist günstig, denn für 30 € kann man 666,66.. Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei Voda die 30 € nur für 416,66.. Minuten.</p>	<p>Basic :</p> $K_1(x) = 30 \Leftrightarrow 0,03x + 10 = 30 -10$ $\Leftrightarrow 0,03x = 20 :0,03$ $\Leftrightarrow x = 666\frac{2}{3}$	<p>Voda :</p> $K_2(x) = 30 \Leftrightarrow 0,06x + 5 = 30 -5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 25 :0,06$ $\Leftrightarrow x = 416\frac{2}{3}$
<p>Basic :</p> $K_1(x) = 30 \Leftrightarrow 0,03x + 10 = 30 -10$ $\Leftrightarrow 0,03x = 20 :0,03$ $\Leftrightarrow x = 666\frac{2}{3}$	<p>Voda :</p> $K_2(x) = 30 \Leftrightarrow 0,06x + 5 = 30 -5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 25 :0,06$ $\Leftrightarrow x = 416\frac{2}{3}$		

A4 Ausführliche Lösung

c)

