Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Mi 19.12.2012**
SB22 Z Gruppe A	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner
Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1. Aufgabe

Berechnen und vereinfachen Sie::

a) $5x-\left[6y+(2x-7)-(3x+2y-8)\right]$

b) $\frac{2}{3}\cdot(3x-3)-5\cdot\left(\frac{1}{2}x+2\right)$

c) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)\cdot\left(\frac{3}{2}a+\frac{4}{3}b\right)$

d) $\left(\frac{3}{4}u-2v\right)^2$

A1 Ausführliche Lösungen

a) $5x-\left[6y+(2x-7)-(3x+2y-8)\right]=5x-\left[6y+2x-7-3x-2y+8\right]$

$=5x-\left[-x+4y+1\right]=5x+x-4y-1=6x-4y-1$

b) $\frac{2}{3}\cdot(3x-3)-5\cdot\left(\frac{1}{2}x+2\right)=2x-2-\frac{5}{2}x-10=\frac{4}{2}x-\frac{5}{2}x-12=-\frac{1}{2}x-12$

c) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)\cdot\left(\frac{3}{2}a+\frac{4}{3}b\right)=\frac{2}{3}a\cdot\frac{3}{2}a+\frac{2}{3}a\cdot\frac{4}{3}b-\frac{3}{4}b\cdot\frac{3}{2}a-\frac{3}{4}b\cdot\frac{4}{3}b$

$=a^2+\frac{8}{9}ab-\frac{9}{8}ab-b^2=a^2+\frac{64}{72}ab-\frac{81}{72}ab-b^2=a^2-\frac{17}{72}ab-b^2$

d) $\left(\frac{3}{4}u-2v\right)^2=\frac{9}{16}u^2-4\cdot\frac{3}{4}uv+4v^2=\frac{9}{16}u^2-3uv+4v^2$

2. Aufgabe

Klammern Sie aus.

a) $-5xu+15xv-10xz=5x\cdot(\ \ )$

b) $\frac{3}{4}bx-\frac{3}{4}by+\frac{3}{4}bz=\frac{1}{4}b\cdot(\ \ )$

A2 Ausführliche Lösung

a) $-5xu+15xv-10xz$ Faktor 5x wird ausgeklammert

$=-5x(u-3v+2z)$

A2 Ausführliche Lösung

b) $\frac{3}{4}bx-\frac{3}{4}by+\frac{3}{4}bz$ Faktor $\frac{1}{4}b$ wird ausgeklammert

$=\frac{1}{4}b(3x-3y+3z)$

3.	**Aufgabe**
	Geradenschnittpunkt
	Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ und $g(x) = \frac{3}{4}x + 1$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem. Ansatz: f(x) = g(x)

A3: Ausführliche Lösung

$f(x) = -\frac{2}{3}x + 3 \qquad g(x) = \frac{3}{4}x + 1$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 3 = \frac{3}{4}x + 1 \,|\, -\frac{3}{4}x$

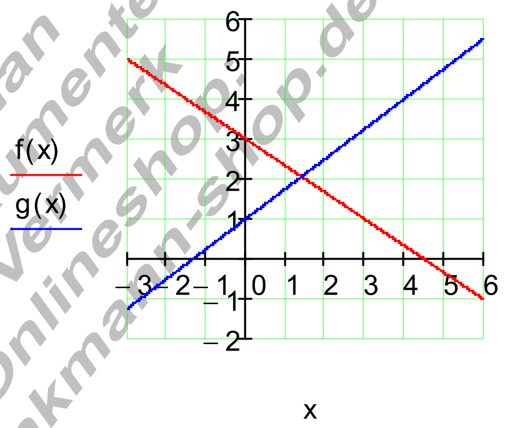
$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + 3 = 1 \,|\, -3$

$\Leftrightarrow -\frac{8}{12}x - \frac{9}{12}x = -2 \,|:\left(-\frac{17}{12}\right)$

$\Leftrightarrow x_s = \frac{24}{17} \approx 1{,}412$

$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{24}{17}\right) = \frac{35}{17} \approx 2{,}059$

$S\left(\frac{24}{17} \approx 1{,}412 \,|\, \frac{35}{17} \approx 2{,}059\right)$



4. Aufgabe

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Geraden $g_1(x)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden, wenn diese durch den Punkt P_1 verläuft. Berechnen Sie den Schnittpunkt beider Geraden und zeichnen Sie beide Geraden in ein Koordinatensystem.

$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$ gesucht wird: $g_2(x) \perp g_1(x)$ durch $P_1(-4\,|\,-2)$

A4 Ausführliche Lösung

$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad P_1(-4\,|\,-2)$

$a_{1g1} = -\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{-\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

$g_2(x) = \frac{5}{4}x + a_{0g2}$ mit $P_1(-4\,|\,-2)$ gilt:

$g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4) + a_{0g2} = -2$

$\Leftrightarrow a_{0g2} = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3}}$

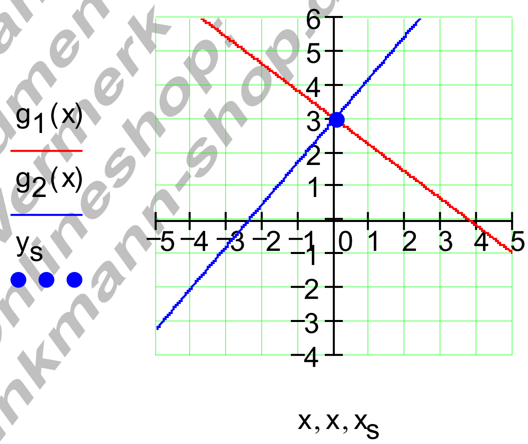
$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \quad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$

$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$

$\Leftrightarrow x_s = 0$

$y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4}\cdot 0 + 3 = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(0\,|\,3)}}$



5.	**Aufgabe**	
	Der Schnellimbiss „MC- Pommes“ benötigt für die Fritteusen täglich 19 kg frisches Fett. Momentan sind noch 250 kg im Lager vorhanden.	
	a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
	b)	Bei einem Lagerbestand von 95 kg soll der Filialleiter nachbestellen. Nach wie viel Tagen muss die Bestellung erfolgen?
	c)	Wie lange reicht das Fett, wenn nicht nachbestellt wird?

A5 Ausführliche Lösungen

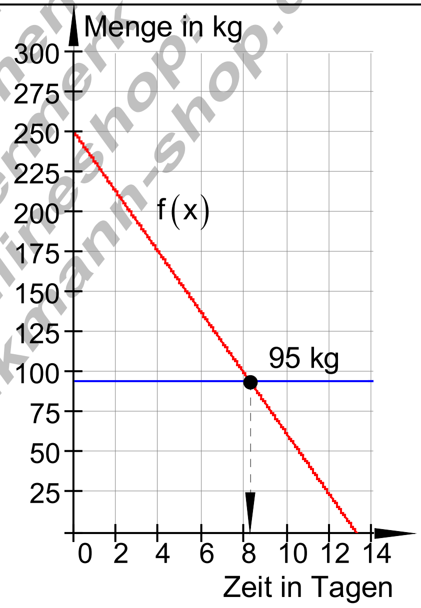
a) Die unabhängige Variable x steht für die Zeit in Tagen.
Die abhängige Variable f(x) steht für die verbleibende Menge Fett in kg.
Der Anfangswert beträgt 250 kg.
Die Änderungsrate ist negativ und beträgt 19kg/Tag.

Da ein linearer Zusammenhang besteht gilt:

$f(x) = a_1x + a_0$ mit

$a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird

$$\underline{\underline{f(x) = -19x + 250}}$$



b) Da bei 95 kg nachbestellt werden soll, gilt der Ansatz:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

Die Bestellung muss in etwa 8 Tagen erfolgen.

c) Zu bestimmen ist der Schnittpunkt des Graphen mit der y- Achse:

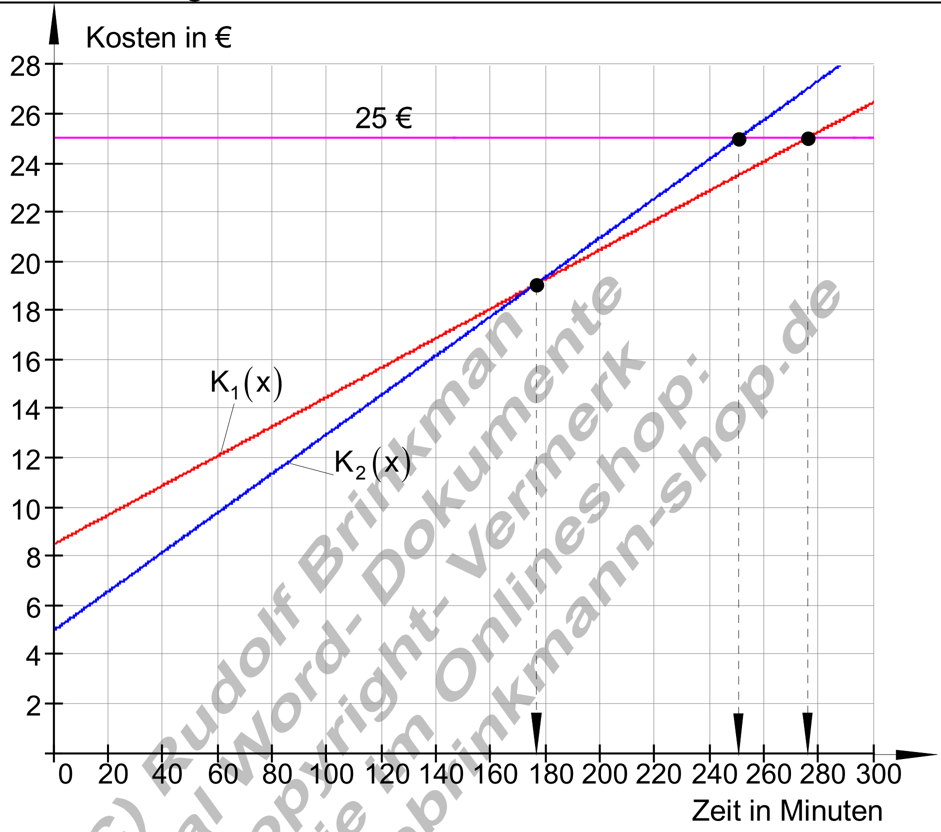
$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

Das Fett reicht noch etwa 13 Tage.

6.	**Aufgabe**	
	Der Telefondienst „Handybillig“ (HB) bietet an: Jede Gesprächsminute kostet 0,06 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 8,50 €. Die Konditionen von „Handypreiswert“ (HP) lauten: Jede Gesprächsminute kostet 0,08 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 5 €. (Fertigen Sie eine Skizze an)	
	a)	Bei wie viel Minuten sind die Kosten bei beiden gleich?
	b)	Ihnen stehen 25 € monatlich zum Telefonieren zur Verfügung (Oma zahlt). Welchen Dienst wählen Sie und wie lange können Sie bei dem gewählten Anbieter telefonieren?
	c)	Stellen Sie die Ergebnisse von a) und b) im Koordinatensystem dar.

A6	**Ausführliche Lösung**	
	a)	$HB: K_1(x) = 0{,}06x + 8{,}5 \qquad HP: K_2(x) = 0{,}08x + 5$ Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden. $K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 0{,}06x + 8{,}5 \mid -0{,}06x$ $\Leftrightarrow 0{,}02x + 5 = 8{,}5 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0{,}02x = 3{,}5 \mid :0{,}02$ $\Leftrightarrow x = 175$ $K_1(175) = 0{,}06 \cdot 175 + 8{,}5 = 19$ $K_2(175) = 0{,}08 \cdot 175 + 5 = 19$ Nach 175 Minuten herrscht Kostengleichheit (19 €).

A6	**Ausführliche Lösung**	
	b)	HB: $K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 \mid -8{,}5$ $\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 \mid :0{,}06$ $\Leftrightarrow x = 275$ HP: $K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \mid :0{,}08$ $\Leftrightarrow x = 250$ Der Dienst von HB ist günstig, denn für 25 € kann man 275 Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei HP die 25 € nur für 250 Minuten.

A6	Ausführliche Lösung
c)	

Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Mi 19.12.2012**
SB22 Z Gruppe B	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner
Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

1.	**Aufgabe**			
	Berechnen und vereinfachen Sie::			
	a)	$5x+\left[6y-(2x-7)-(3x+3y+7)\right]$	b)	$\frac{3}{2}\cdot(2x-2)-\frac{1}{2}\cdot(5x+2)$
	c)	$\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right)\cdot\left(\frac{3}{2}a-\frac{4}{3}b\right)$	d)	$\left(\frac{4}{3}u+\frac{1}{2}v\right)^2$

A1	**Ausführliche Lösungen**
a)	$5x+\left[6y-(2x-7)-(3x+3y+7)\right]=5x+\left[6y-2x+7-3x-3y-7\right]$ $=5x+\left[-5x+3y\right]=5x-5x+3y=3y$
b)	$\frac{3}{2}\cdot(2x-2)-\frac{1}{2}\cdot(5x+2)=3x-3-\frac{5}{2}x-1=3x-\frac{5}{2}x-4=\frac{6}{2}x-\frac{5}{2}x-4=\frac{1}{2}x-4$
c)	$\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right)\cdot\left(\frac{3}{2}a-\frac{4}{3}b\right)=\frac{2}{3}a\cdot\frac{3}{2}a-\frac{2}{3}a\cdot\frac{4}{3}b+\frac{3}{4}b\cdot\frac{3}{2}a-\frac{3}{4}b\cdot\frac{4}{3}b$ $=a^2-\frac{8}{9}ab+\frac{9}{8}ab-b^2=a^2-\frac{64}{72}ab+\frac{81}{72}ab-b^2=a^2+\frac{17}{72}ab-b^2$
d)	$\left(\frac{4}{3}u+\frac{1}{2}v\right)^2=\frac{16}{9}u^2+2\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}uv+\frac{1}{4}v^2=\frac{16}{9}u^2+\frac{4}{3}uv+\frac{1}{4}v^2$

2.	**Aufgabe**			
	Klammern Sie aus.			
	a)	$7x-7y+7z=7\cdot(\ \ )$	b)	$\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{8}x\cdot(\ \ )$

A2	**Ausführliche Lösung**	
a)	$7x-7y+7z$	Faktor 7 wird ausgeklammert
	$=\underline{\underline{7(x-y+z)}}$	

A2	**Ausführliche Lösung**	
b)	$\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$	auf den Hauptnenner bringen
	$=\frac{4}{8}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{6}{8}xz$	Faktor $\frac{1}{8}x$ ausklammern
	$=\underline{\underline{\frac{1}{8}x(4u-v+6z)}}$	

3.	**Aufgabe**
	Geradenschnittpunkt
	Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x)=\frac{2}{3}x+1$ und $g(x)=-\frac{3}{4}x+4$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem. Ansatz: f(x) = g(x)

A3	**Ausführliche Lösung**

$f(x)=\frac{2}{3}x+1 \qquad g(x)=-\frac{3}{4}x+4$

$f(x)=g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x+1=-\frac{3}{4}x+4 \mid +\frac{3}{4}x$

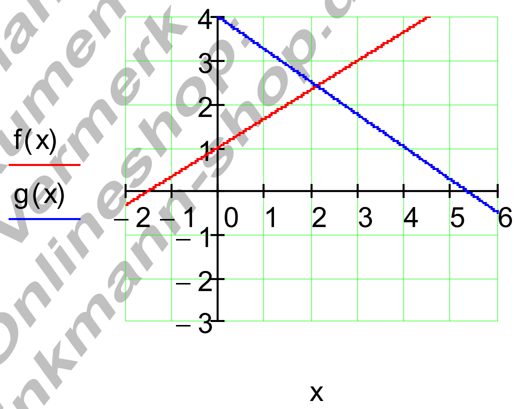
$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x+\frac{3}{4}x+1=4 \mid -1$

$\Leftrightarrow \frac{8}{12}x+\frac{9}{12}x=3 \mid : \frac{17}{12}$

$\Leftrightarrow x_s=\frac{36}{17}\approx 2{,}118$

$y_s=f(x_s)=f\left(\frac{36}{17}\right)=\frac{41}{17}\approx 2{,}412$

$S\left(\frac{36}{17}\approx 2{,}118 \mid \frac{41}{17}\approx 2{,}412\right)$



4.	**Aufgabe**
	Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Geraden $g_1(x)$. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden, wenn diese durch den Punkt P_1 verläuft. Berechnen Sie den Schnittpunkt beider Geraden und zeichnen Sie beide Geraden in ein Koordinatensystem.
	$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ gesucht wird: $g_2(x) \perp g_1(x)$ durch $P_1(3 \mid -2)$

A4 Ausführliche Lösung

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad P_1(3 \mid -2)$

$a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$

$g_2(x) = -2x + a_{0g2}$ mit $P_1(3 \mid -2)$ gilt:

$g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2 \cdot 3 + a_{0g2} = -2$

$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$

$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$

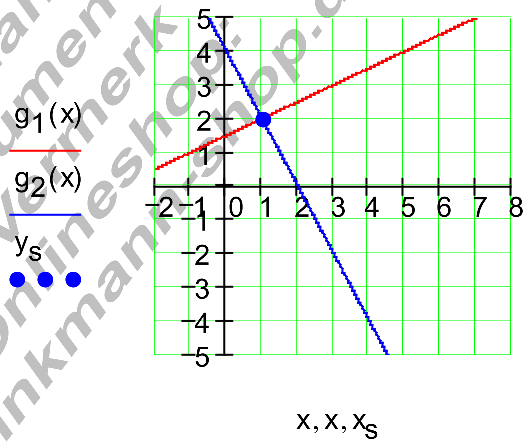
$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad g_2(x) = -2x + 4$

$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$

$\Leftrightarrow x_s = 1$

$y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(1 \mid 2)}}$



Vorgehensweise:
Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden ist der negativ- reziproke Wert des Steigungsfaktors der Geraden $g_1(x)$. Das bedeutet im Klartext: Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden findet man, indem man den Kehrwert ihres Steigungsfaktors bildet und mit -1 multipliziert. Sollte der Steigungsfaktor von $g_1(x)$ eine ganze Zahl sein, ist daraus ein Bruch zu bilden, indem man die Zahl mit dem Nenner 1 vesieht. In die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer linearen Funktion trägt man den Steigungsfaktor a_{12} der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante a_0 berechnen.

5. Aufgabe

Die Pferdeställe auf dem Ponyhof „Robinson“ müssen in bestimmten Zeitabständen ausgemistet und mit frischem Stroh versorgt werden. Dabei fallen täglich 2,5 m^3 Mist an. Der Misthaufen hat momentan ein Volumen von 11 m^3. Maximal können 50 m^3 Mist gelagert werden.

a) Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die diesen Sachverhalt beschreibt und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

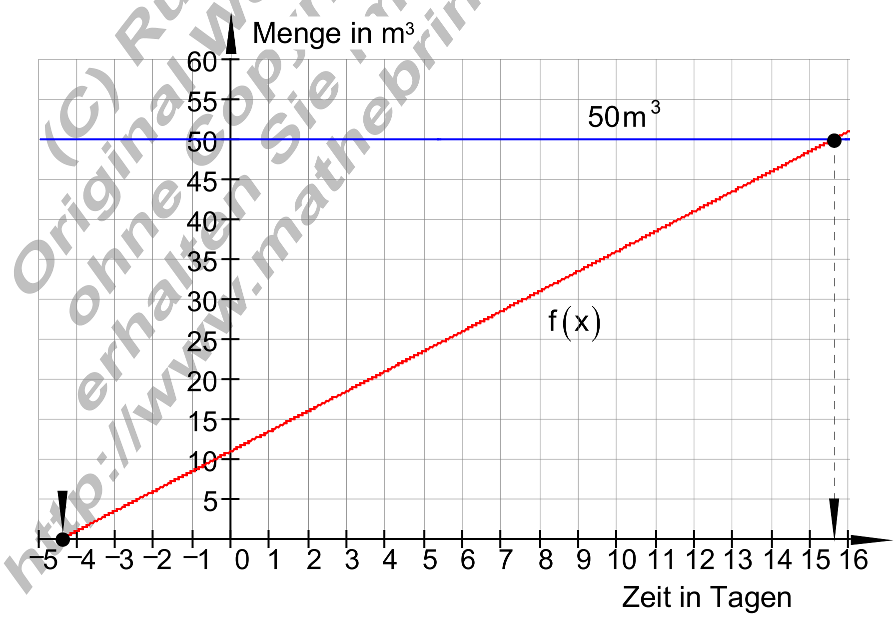
b) Nach welcher Zeit muss der Mist abgefahren werden?

c) Vor wie vielen Tagen wurde das letzte Mal Mist abgefahren?

A5 Ausführliche Lösungen

a) Die unabhängige Variable x steht für die Zeit in Tagen.
Die abhängige Variable f(x) steht für die Menge Mist in m^3.
Der Anfangswert beträgt $11m^3$.
Die Änderungsrate ist positiv und beträgt $2{,}5m^3$/Tag.

Da ein linearer Zusammenhang besteht gilt:
$f(x) = a_1x + a_0$ mit $a_1 = 2{,}5$ und $a_0 = 11$ wird $\underline{\underline{f(x) = 2{,}5x + 11}}$



b) Zu bestimmen ist die Zeit, nach der das Mistaufkommen auf $50m^3$ angewachsen ist.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2{,}5x + 11 = 50 \,|\, -11$$
$$\Leftrightarrow 2{,}5x = 39 \,|: 2{,}5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15{,}6$$

Nach etwa 15 Tagen muss der Mist abgefahren werden.

	c)	Der x- Wert des Schnittpunktes des Graphen mit der x- Achse im negativen Bereich gibt an wann der Mist zuletzt abgefahren wurde. $f(x)=0 \Leftrightarrow 2,5x+11=0 \mid -11$ $\Leftrightarrow 2,5x=-11 \mid :2,5$ $\Leftrightarrow x=-\frac{22}{5}=-4,4$ Vor etwas mehr als 4 Tagen wurde das letzte Mal der Mist abgefahren.

6.	**Aufgabe**	
	Ein Internetanbieter unterbreitet einem Nutzer folgendes Angebot: 50 Stunden Internet, Gesamtkosten 27,50 €. Jede weitere Minute 1 Ct. Erarbeiten Sie zwei Tarifmodelle, die dem Internetnutzer für 50 Stunden die gleichen Bedingungen einräumen.	
	a)	Tarif I ohne Grundgebühren.
	b)	Tarif II mit 8 € Grundgebühren.
	c)	Welcher Tarif ist der günstigste bei einer Nutzungsdauer über 50 Stunden?

A6	**Ausführliche Lösung**	
	a)	50 Stunden = 3000 Minuten, Kosten 27,50 € $\Rightarrow$ Kosten pro Minute: $\frac{27,50\text{ €}}{3000}=\frac{11}{1200}\text{ €} \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x)=\frac{11}{1200}x \approx 0,0092\cdot x}}$

A6	**Ausführliche Lösung**	
	b)	8 € Grundgebühren, für 3000 Minuten verbleiben noch 19,5 €. $\Rightarrow$ Kosten pro Minute: $\frac{19,50\text{ €}}{3000}=\frac{13}{2000}\text{ €}$ $\Rightarrow K_2(x)=\frac{13}{2000}x+8=\underline{\underline{0,0065\cdot x+8}}$

A6	**Ausführliche Lösung**	
	c)	Tarif II ist bei einer Internetnutzung von mehr als 50 Stunden der günstigste, da jede weitere Minute nur noch 0,65 Cent kostet.