

| | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------------------|-------------------|
| Klassenarbeit | Mathematik | Bearbeitungszeit 90 min. | Mi 9.06.10 |
| SG29 D Gruppe A | NAME: Lösungen | | |

Hilfsmittel: Taschenrechner

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

| | | | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-----------------------|
| 1. | Bestimmen Sie mittels Diskriminante, ob die folgenden quadratischen Gleichungen eine, zwei oder keine Lösung haben. | | |
| a) | $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0$ | b) | $3x^2 + 6x + 12 = 0$ |
| | | c) | $3x^2 - 24x + 45 = 0$ |

| | | | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| A1 | Ausführliche Lösungen | | |
| a) | $3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0 \mid \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow p = \frac{2}{3}; q = \frac{1}{9}$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow$ eine Lösung | | |
| b) | $3x^2 + 6x + 12 = 0 \mid \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = 0 \Rightarrow p = 2; q = 4$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow$ keine Lösung | | |
| c) | $3x^2 - 24x + 45 = 0 \mid \cdot \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow p = -8; q = 15$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 15 = 1 > 0 \Rightarrow$ zwei Lösungen | | |

| | |
|----|---------------------------------------|
| 2. | Führen Sie die Polynomdivision durch. |
| | $(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7)$ |

p3_gr fkt t 03 Nr. 3

| | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A2 | $(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) = 3x^2 + 6x - 9$ $\underline{-(3x^3 - 21x^2)}$ $6x^2 - 51x$ $\underline{-(6x^2 - 42x)}$ $-9x + 63$ $\underline{-(-9x + 63)}$ |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. | Berechnen Sie mit einem Ihnen geeignetem Verfahren die Nullstellen folgender ganzrationaler Funktionen. Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit der x – Achse und stellen Sie die Funktionsgleichung als Produkt aus Linearfaktoren dar. |
| | $f(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{75}{2}x^2 - 216$ |

p3 gr fkt t_04 Nr. 4

| | | |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| A | Ausführliche Lösung | |
| 3 | $f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x^4 + \frac{75}{2}x^2 - 216 = 0$ $x^2 = z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2 + \frac{75}{2}z - 216 = 0$ $\Leftrightarrow z^2 - 25z + 144 = 0$ $z_1 = 16; z_2 = 9 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 4; x_{3/4} = \pm 3$ $P_{x_1}(4 0); P_{x_2}(-4 0)$ $P_{x_3}(3 0); P_{x_4}(-3 0)$ $f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$ | |

| | |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4. | Gegeben sind die Punkte $P_1(2 -4)$; $P_2(4 0)$; $P_3(6 4)$; $P_4(8 -4)$ |
| a) | Bestimmen Sie die Funktionsgleichung. |
| b) | Tragen Sie die aus den gegebenen Punkten bekannten Werte in eine Wertetabelle und bestimmen Sie die Funktionswerte für folgende x- Werte: $x \in \{0; 1; 3; 5; 7\}$ |
| c) | Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem. Tiefpunkt: $P_1(2 -4)$ Hochpunkt: $P_3(6 4)$ |
| | Kontrollergebnis: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ |

sg28d_08_09_ka_03 Gruppe A Nr. 3

12 Punkte

| | | | | | |
|-----------|--------------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|--------------|
| A | $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ | | | | |
| 4a | $P_1(2 -4) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -4$ | | | | |
| | $P_2(4 0) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 0$ | | | | |
| | $P_3(6 4) \Rightarrow f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 4$ | | | | |
| | $P_4(8 -4) \Rightarrow f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = -4$ | | | | |
| | a_0 | a_1 | a_2 | a_3 | |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 1 | 4 | 16 | 64 | 0 II-I |
| | 1 | 6 | 36 | 216 | 4 III-I |
| | 1 | 8 | 64 | 512 | -4 IV-I |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 0 | 2 | 12 | 56 | 4 :2 |
| | 0 | 4 | 32 | 208 | 8 :4 |
| | 0 | 6 | 60 | 504 | 0 :6 |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 0 | 1 | 6 | 28 | 2 |
| | 0 | 1 | 8 | 52 | 2 III-II |
| | 0 | 1 | 10 | 84 | 0 IV-II |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 0 | 1 | 6 | 28 | 2 |
| | 0 | 0 | 2 | 24 | 0 |
| | 0 | 0 | 4 | 56 | -2 :2 |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 0 | 1 | 6 | 28 | 2 |
| | 0 | 0 | 2 | 24 | 0 |
| | 0 | 0 | 2 | 28 | -1 IV-III |
| | 1 | 2 | 4 | 8 | -4 |
| | 0 | 1 | 6 | 28 | 2 |
| | 0 | 0 | 1 | 12 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 4 | -1 |

$4a_3 = -1 | :4$
 $\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$

$a_2 + 12a_3 = 0$
 $\Leftrightarrow a_2 - 3 = 0 | +3$
 $\Leftrightarrow a_2 = 3$

$a_1 + 6a_2 + 28a_3 = 2$
 $\Leftrightarrow a_1 + 18 - 7 = 2 | -11$
 $\Leftrightarrow a_1 = -9$

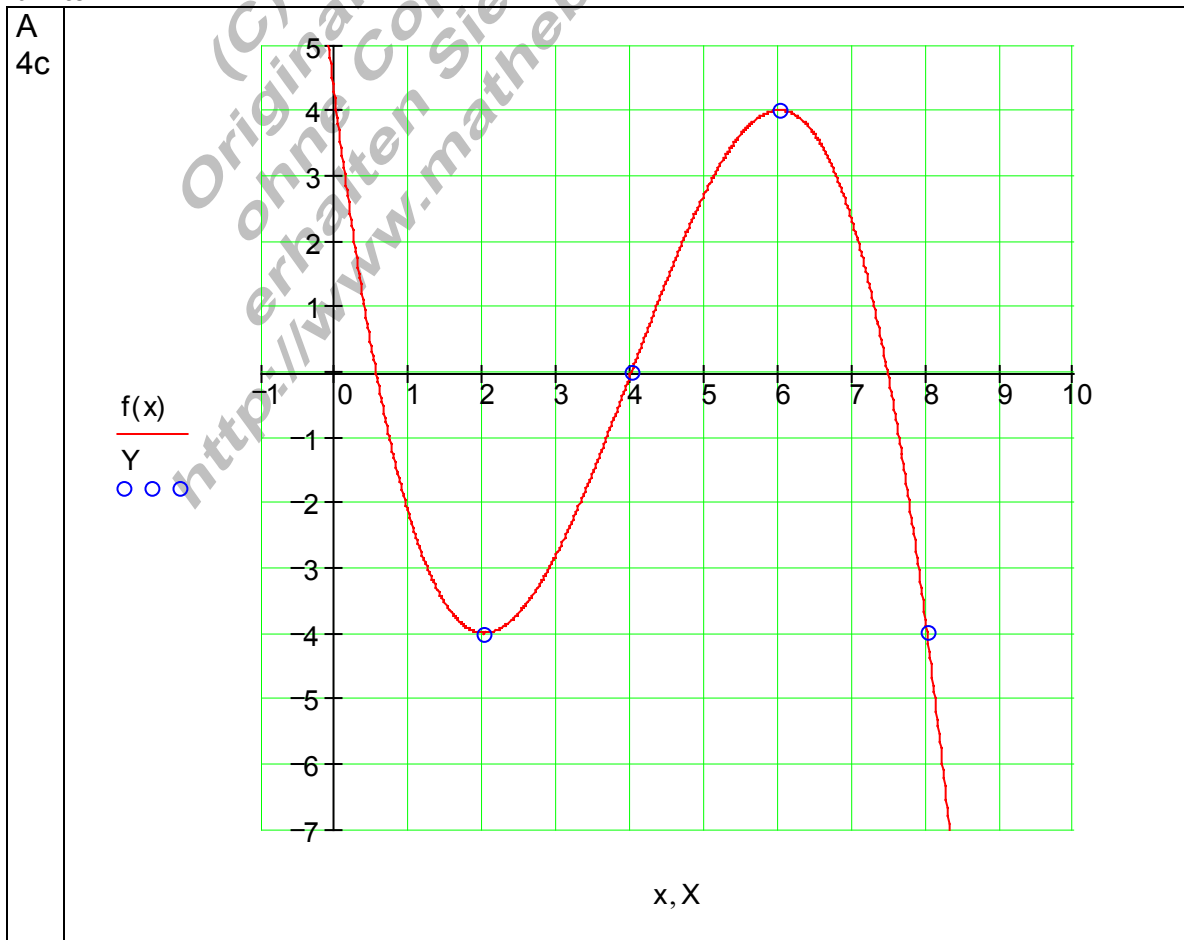
$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = -4$
 $\Leftrightarrow a_0 - 18 + 12 - 2 = -4 | +8$
 $\Leftrightarrow a_0 = 4$

Die Funktionsgleichung:
 $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + 3x^2 - 9x + 4$

4 Punkte

| | | | | | | | | | | |
|---------|-------|---|-------|-------------------|-------|----------------|----------------|-------------------|------|----------------|
| A 4b | | | | P ₁ TP | | P ₂ | | P ₃ HP | | P ₄ |
| | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | f(x) | 4 | -2,25 | -4 | -2,75 | 0 | 2,75 | 4 | 2,25 | -4 |
| | | | -1/4 | 3 | -9 | 4 | | | | |
| | x = 1 | ↓ | -1/4 | 11/4 | -25/4 | | | | | |
| | | | -1/4 | 11/4 | -25/4 | -9/4 | = f(1) = -2,25 | | | |
| | | | -1/4 | 3 | -9 | 4 | | | | |
| | x = 3 | ↓ | -3/4 | 27/4 | -27/4 | | | | | |
| | | | -1/4 | 9/4 | -9/4 | -11/4 | = f(3) = -2,75 | | | |
| | | | -1/4 | 3 | -9 | 4 | | | | |
| | x = 5 | ↓ | -5/4 | 35/4 | -5/4 | | | | | |
| | | | -1/4 | 7/4 | -1/4 | 11/4 | = f(5) = 2,75 | | | |
| | | | -1/4 | 3 | -9 | 4 | | | | |
| | x = 7 | ↓ | -7/4 | 35/4 | -7/4 | | | | | |
| | | | -1/4 | 5/4 | -1/4 | 9/4 | = f(7) = 2,25 | | | |

4 Punkte



| | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------------------|-------------------|
| Klassenarbeit | Mathematik | Bearbeitungszeit 90 min. | Mi 9.06.10 |
| SG29 D Gruppe B | NAME: Lösungen | | |

| | | | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------------------------------|
| 1. | Bestimmen Sie mittels Diskriminante, ob die folgenden quadratischen Gleichungen eine, zwei oder keine Lösung haben. | | |
| a) | $6x^2 + 12x + 24 = 0$ | b) | $6x^2 + 4x + \frac{2}{3} = 0$ |
| c) | $x^2 - 8x + 15 = 0$ | | |

| | | | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|
| A1 | Ausführliche Lösungen | | |
| a) | $6x^2 + 12x + 24 = 0 \mid \cdot \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = 0 \Rightarrow p = 2; q = 4$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 4 = -3 < 0 \Rightarrow$ keine Lösung | | |
| b) | $6x^2 + 4x + \frac{2}{3} = 0 \mid \cdot \frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow p = \frac{2}{3}; q = \frac{1}{9}$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow$ eine Lösung | | |
| c) | $x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow p = -8; q = 15$ $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 15 = 1 > 0 \Rightarrow$ zwei Lösungen | | |

| | |
|----|---------------------------------------|
| 2. | Führen Sie die Polynomdivision durch. |
| | $(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1)$ |

p3_gr_fkt_t_03 Nr. 10

| | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A2 | $(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1) = 3x^2 - 12x - 63$ $\begin{array}{r} -(3x^3 - 3x^2) \\ \hline -12x^2 - 51x \\ -(-12x^2 + 12x) \\ \hline -63x + 63 \\ -(-63x + 63) \\ \hline \end{array}$ |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

| | |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3. | Berechnen Sie mit einem Ihnen geeignetem Verfahren die Nullstellen folgender ganzrationaler Funktionen. Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen mit der x – Achse und stellen Sie die Funktionsgleichung als Produkt aus Linearfaktoren dar. |
| | $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{13}{2}x^2 + 18$ |

p3_gr_fkt_t_04 Nr. 1

| | |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| A3 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - \frac{13}{2}x^2 + 18 = 0 \quad x^2 = z$ $\frac{1}{2}z^2 - \frac{13}{2}z + 18 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 13z + 36 = 0$ $z_1 = 9; z_2 = 4 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 3; x_{3/4} = \pm 2$ $P_{x1}(3 0); P_{x2}(-3 0)$ $P_{x3}(2 0); P_{x4}(-2 0)$ $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$ |
| | |

| | |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4. | Gegeben sind die Punkte $P_1(2 4)$; $P_2(4 0)$; $P_3(6 -4)$; $P_4(8 4)$ |
| | a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung. |
| | b) Tragen Sie die aus den gegebenen Punkten bekannten Werte in eine Wertetabelle und bestimmen Sie die Funktionswerte für folgende x -Werte: $x \in \{0; 1; 3; 5; 7\}$ |
| | c) Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem. Hochpunkt: $P_1(2 4)$ Tiefpunkt: $P_3(6 -4)$ |
| | Kontrollerggebnis: $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4$ |

sg28d_08_09_ka_03 Gruppe B Nr. 3

12 Punkte

A
4a

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(2|4) \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(4|0) \Rightarrow f(4) = 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3(6|-4) \Rightarrow f(6) = 216a_3 + 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_4(8|4) \Rightarrow f(8) = 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 = 4$$

| a_0 | a_1 | a_2 | a_3 | | |
|-------|-------|-------|-------|----|----------|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 4 | |
| 1 | 4 | 16 | 64 | 0 | II-I |
| 1 | 6 | 36 | 216 | -4 | III-I |
| 1 | 8 | 64 | 512 | 4 | IV-I |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 4 | |
| 0 | 2 | 12 | 56 | -4 | :2 |
| 0 | 4 | 32 | 208 | -8 | :4 |
| 0 | 6 | 60 | 504 | 0 | :6 |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 4 | |
| 0 | 1 | 6 | 28 | -2 | |
| 0 | 1 | 8 | 52 | -2 | III-II |
| 0 | 1 | 10 | 84 | 0 | IV-II |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 4 | |
| 0 | 1 | 6 | 28 | -2 | |
| 0 | 0 | 2 | 24 | 0 | |
| 0 | 0 | 4 | 56 | 2 | IV-2·III |
| 1 | 2 | 4 | 8 | 4 | |
| 0 | 1 | 6 | 28 | -2 | |
| 0 | 0 | 2 | 24 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 8 | 2 | |

$$8a_3 = 2 | :8$$

$$\Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 24a_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 0 | -6$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -6 | :2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -3$$

$$a_1 + 6a_2 + 28a_3 = -2$$

$$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2 | +11$$

$$\Leftrightarrow a_1 = 9$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 18 - 12 + 2 = 4 | -8$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -4$$

Die Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4$$

4 Punkte

| | | | | | | | | | | |
|---------|-------|-----|------------|-------------------|-------------|----------------|----------------|-------------------|-------|----------------|
| A 4b | | | | P ₁ HP | | P ₂ | | P ₃ TP | | P ₄ |
| | x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| | f(x) | -4 | 2,25 | 4 | 2,75 | 0 | -2,75 | -4 | -2,25 | 4 |
| | | 1/4 | -3 | 9 | -4 | | | | | |
| | x = 1 | ↓ | <u>1/4</u> | <u>-11/4</u> | <u>25/4</u> | | | | | |
| | | | 1/4 | -11/4 | 25/4 | 9/4 | = f(1) = 2,25 | | | |
| | | 1/4 | -3 | 9 | -4 | | | | | |
| | x = 3 | ↓ | <u>3/4</u> | <u>-27/4</u> | <u>27/4</u> | | | | | |
| | | | 1/4 | -9/4 | 9/4 | 11/4 | = f(3) = 2,75 | | | |
| | | 1/4 | -3 | 9 | -4 | | | | | |
| | x = 5 | ↓ | <u>5/4</u> | <u>-35/4</u> | <u>5/4</u> | | | | | |
| | | | 1/4 | -7/4 | 1/4 | -11/4 | = f(5) = -2,75 | | | |
| | | 1/4 | -3 | 9 | -4 | | | | | |
| | x = 7 | ↓ | <u>7/4</u> | <u>-35/4</u> | <u>7/4</u> | | | | | |
| | | | 1/4 | -5/4 | 1/4 | -9/4 | = f(7) = -2,25 | | | |

4 Punkte

