

<b>Klassenarbeit</b>	<b>Mathematik</b>	<b>Bearbeitungszeit 90 min.</b>	<b>Di 27.10.09</b>
<b>SG28D Gruppe A</b>	<b>NAME:</b>		

a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung mit dem Gauß – Algorithmus.

Die vorgegebenen Punkte:

$$P_1(-1|-4) \quad P_2(3|0) \quad P_3(5|-4) \quad P_4(7|4)$$

Die Funktionsgleichung:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

Das Gleichungssystem:

$$P_1(-1|-4) \Rightarrow f(-1) = -4 \Leftrightarrow -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_2(3|0) \Rightarrow f(3) = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3(5|-4) \Rightarrow f(5) = -4 \Leftrightarrow 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_4(7|4) \Rightarrow f(7) = 4 \Leftrightarrow 343a_3 + 49a_2 + 7a_1 + 1a_0 = 4$$

Der Gauß- Algorithmus:

	$8a_3 = 2 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$																																																							
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 5%;"><math>a_0</math></td> <td style="width: 5%;"><math>a_1</math></td> <td style="width: 5%;"><math>a_2</math></td> <td style="width: 5%;"><math>a_3</math></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> <td style="width: 5%;"></td> </tr> <tr> <td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>1</td><td>3</td><td>9</td><td>27</td><td>0</td><td>II-I</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>1</td><td>5</td><td>25</td><td>125</td><td>-4</td><td>III-I</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>1</td><td>7</td><td>49</td><td>343</td><td>4</td><td>IV-I</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$								1	-1	1	-1	-4							1	3	9	27	0	II-I						1	5	25	125	-4	III-I						1	7	49	343	4	IV-I						$2a_2 + 14a_3 = -1$ $\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{14}{4} = -1 \mid -\frac{14}{4}$ $\Leftrightarrow 2a_2 = -\frac{4}{4} - \frac{14}{4} \Leftrightarrow 2a_2 = -\frac{18}{4} \mid :2$
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$																																																					
1	-1	1	-1	-4																																																				
1	3	9	27	0	II-I																																																			
1	5	25	125	-4	III-I																																																			
1	7	49	343	4	IV-I																																																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>28</td><td>4</td><td>:4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>6</td><td>24</td><td>126</td><td>0</td><td>:6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>8</td><td>48</td><td>344</td><td>8</td><td>:8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	1	-1	1	-1	-4							0	4	8	28	4	:4						0	6	24	126	0	:6						0	8	48	344	8	:8						$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{9}{4}$											
1	-1	1	-1	-4																																																				
0	4	8	28	4	:4																																																			
0	6	24	126	0	:6																																																			
0	8	48	344	8	:8																																																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>21</td><td>0</td><td>III-II</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>6</td><td>43</td><td>1</td><td>IV-II</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	1	-1	1	-1	-4							0	1	2	7	1							0	1	4	21	0	III-II						0	1	6	43	1	IV-II						$a_1 + 2a_2 + 7a_3 = 1$ $\Leftrightarrow a_1 - \frac{18}{4} + \frac{7}{4} = 1 \Leftrightarrow a_1 - \frac{11}{4} = 1 \mid +\frac{11}{4}$ $\Leftrightarrow a_1 = \frac{4}{4} + \frac{11}{4} \Leftrightarrow a_1 = \frac{15}{4}$											
1	-1	1	-1	-4																																																				
0	1	2	7	1																																																				
0	1	4	21	0	III-II																																																			
0	1	6	43	1	IV-II																																																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>14</td><td>-1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>36</td><td>0</td><td>IV-2·III</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	1	-1	1	-1	-4							0	1	2	7	1							0	0	2	14	-1							0	0	4	36	0	IV-2·III						$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -4$ $\Leftrightarrow a_0 - \frac{15}{4} - \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = -4 \Leftrightarrow a_0 - \frac{25}{4} = -4 \mid +\frac{25}{4}$											
1	-1	1	-1	-4																																																				
0	1	2	7	1																																																				
0	0	2	14	-1																																																				
0	0	4	36	0	IV-2·III																																																			
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td>1</td><td>-1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>7</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>2</td><td>14</td><td>-1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>8</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>	1	-1	1	-1	-4							0	1	2	7	1							0	0	2	14	-1							0	0	0	8	2							$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{16}{4} + \frac{25}{4} \Leftrightarrow a_0 = \frac{9}{4}$											
1	-1	1	-1	-4																																																				
0	1	2	7	1																																																				
0	0	2	14	-1																																																				
0	0	0	8	2																																																				

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{9}{4}}}$$

b) Berechnen Sie die relativen Extrema (Hochpunkt, Tiefpunkt).

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{9}{4} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{15}{4} \Rightarrow f''(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{15}{4} = 0 \quad | \cdot \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$p = -6 \quad q = 5 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 5 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 3 + 2 = 5 \\ x_2 = 3 - 2 = 1 \end{array} \right. \quad \text{Stellen mit waagerechter Tangente}$$

$$f''(x_1) = f''(5) = \frac{15}{2} - \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3 > 0 \Rightarrow \text{rel. Min. bei } x_1 = 5$$

$$f''(x_2) = f''(1) = \frac{3}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{6}{2} = -3 < 0 \Rightarrow \text{rel. Max. bei } x_2 = 1$$

$$f(x_1) = f(5) = -4 \text{ da } P_3(5 | -4) \Rightarrow \underline{\underline{P_{\text{Min}}(5 | -4)}}$$

$$f(x_2) = f(1) = \frac{1}{4} - \frac{9}{4} + \frac{15}{4} + \frac{9}{4} = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_{\text{Max}}(1 | 4)}}$$

c) Berechnen Sie den Wendepunkt.

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{9}{4} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \Rightarrow f'''(x) = \frac{3}{2}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} = 0 \quad | + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = \frac{9}{2} \quad | \cdot \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ist mögliche Wendestelle } x_w$$

$$f'''(x_w) = f'''(3) = \frac{3}{2} \neq 0 \Rightarrow x_w = 3 \text{ ist Wendestelle}$$

$$f(x_w) = f(3) = 0 \text{ da } P_2(3 | 0) \Rightarrow \underline{\underline{P_w(3 | 0)}}$$

d) Berechnen Sie die Gleichung der Wendetangente.

$$t(x) = f'(x_w)(x - x_w) + f(x_w) \text{ mit } x_w = 3$$

$$f'(x_w) = f'(3) = \frac{27}{4} - \frac{54}{4} + \frac{15}{4} = -\frac{12}{4} = -3 \quad f(x_w) = f(3) = 0$$

$$\Rightarrow t(x) = -3(x - 3) + 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{t(x) = -3x + 9}}$$

e) Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{9}{4}$$

$$f(0) = \frac{9}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 | \frac{9}{4})}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + \frac{9}{4} = 0$$

$$P_w(3 | 0) \Rightarrow x_1 = 3 \text{ ist bereits als Nullstelle bekannt} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(3 | 0)}}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{4} \quad -\frac{9}{4} \quad \frac{15}{4} \quad \frac{9}{4} \\ x = 3 \quad \downarrow \quad +\frac{3}{4} \quad -\frac{18}{4} \quad -\frac{9}{4} \Rightarrow \text{Restpolynom } \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{4} = 0 \mid \cdot 4 \\ \hline \frac{1}{4} \quad -\frac{6}{4} \quad -\frac{3}{4} \quad 0 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$p = -6 \quad q = -3 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 + 3 = 12 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{12}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(3 + \sqrt{12} \approx 6,46 | 0)}} \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_3}(3 - \sqrt{12} \approx -0,46 | 0)}} \end{array} \right.$$

f) Berechnen Sie die Funktionswerte für  $x = 2 ; 4 ; 6$

und stellen Sie mit allen bisher bekannten Punkten eine Wertetabelle auf.

Genauigkeit in der Wertetabelle, zwei Stellen hinter dem Komma.

$$f(2) = \frac{1}{4} \cdot 8 - \frac{9}{4} \cdot 4 + \frac{15}{4} \cdot 2 + \frac{9}{4} = \frac{8}{4} - \frac{36}{4} + \frac{30}{4} + \frac{9}{4} = \frac{11}{4} = 2,75$$

$$f(4) = \frac{1}{4} \cdot 64 - \frac{9}{4} \cdot 16 + \frac{15}{4} \cdot 4 + \frac{9}{4} = \frac{64}{4} - \frac{144}{4} + \frac{60}{4} + \frac{9}{4} = -\frac{11}{4} = -2,75$$

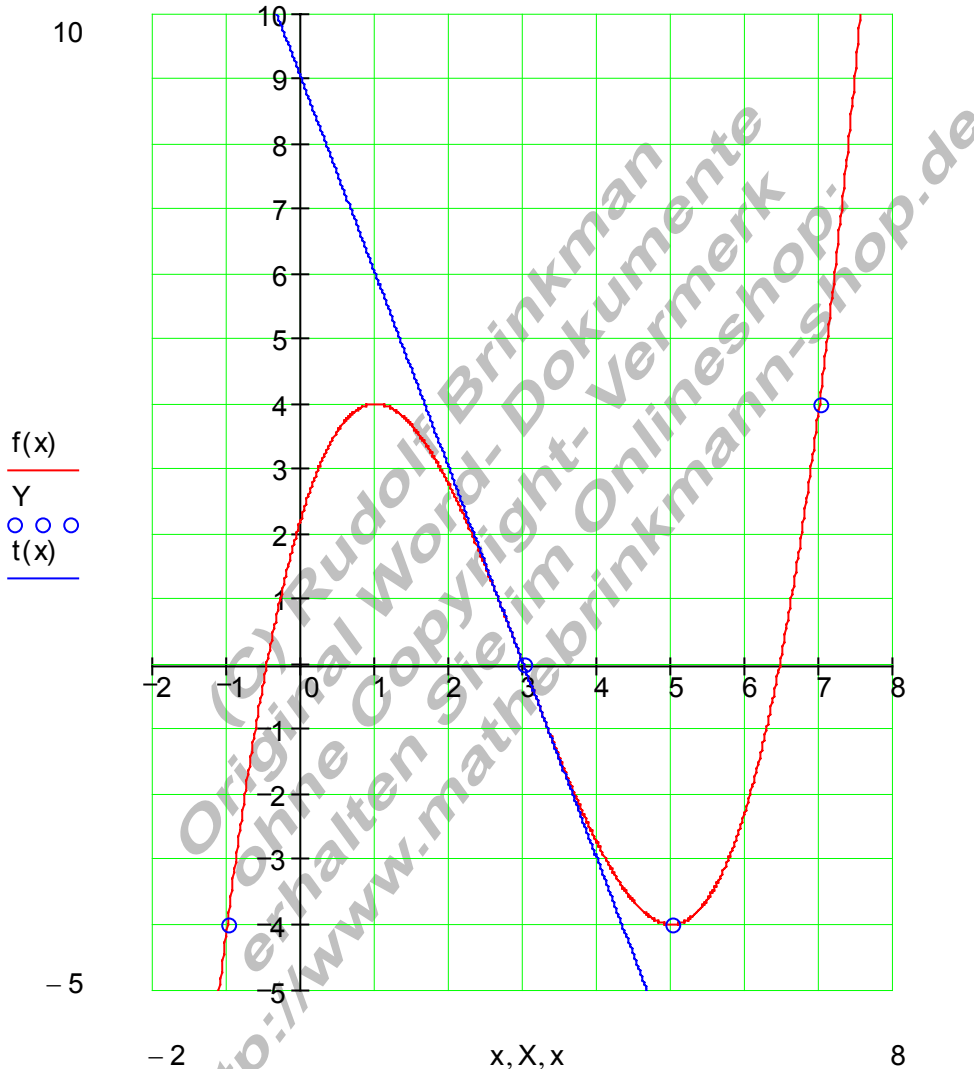
$$f(6) = \frac{1}{4} \cdot 216 - \frac{9}{4} \cdot 36 + \frac{15}{4} \cdot 6 + \frac{9}{4} = \frac{216}{4} - \frac{324}{4} + \frac{90}{4} + \frac{9}{4} = -\frac{9}{4} = -2,25$$

$$P_1(-1 | -4) \quad P_2(3 | 0) = P_{x_1} = P_w \quad P_3(5 | -4) = P_{\text{Min}} \quad P_4(7 | 4) \quad P_{\text{Max}}(1 | 4)$$

$$P_y(0 | 2,25) \quad P_{x_2}(6,46 | 0) \quad P_{x_3}(-0,46 | 0)$$

x	-1	-0,46	0	1	2	3	4	5	6	6,46	7
f(x)	-4	0	2,25	4	2,75	0	-2,75	-4	-2,25	0	4

- g) Zeichnen Sie möglichst genau den Graphen und die Wendetangente in ein Koordinatensystem und kennzeichnen Sie die markanten Punkte. (Extrempunkte, Wendepunkt und Achsenschnittpunkte). Maßstab: 1 cm ist eine Einheit.



- h) Machen Sie eine Aussage über das Krümmungsverhalten des Graphen, d.h. geben Sie die Intervalle für Rechts- bzw. Linkskrümmung an.

Rechtskrümmung:  $I_1 = \{x \mid -\infty < x < 3\}_{\mathbb{R}}$

Linkskrümmung:  $I_2 = \{x \mid 3 < x < \infty\}_{\mathbb{R}}$

- i) Die Wendetangente bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck. Berechnen Sie die Fläche dieses Dreiecks.

$$t(x) = -3x + 9 \Rightarrow y - \text{Abschnitt } 9 \text{ Einheiten}$$

$$t(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow x - \text{Abschnitt } 3 \text{ Einheiten}$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2} = 13,5 \Leftrightarrow \underline{\underline{A = 13,5 \text{ FE}}}$$

<b>Klassenarbeit</b>	<b>Mathematik</b>	<b>Bearbeitungszeit 90 min.</b>	<b>Di 27.10.09</b>
<b>SG28D Gruppe B</b>	<b>NAME:</b>		

a) Berechnen Sie die Funktionsgleichung mit dem Gauß – Algorithmus.

Die vorgegebenen Punkte:

$$P_1(-1|4) \quad P_2(3|0) \quad P_3(5|4) \quad P_4(7|-4)$$

Die Funktionsgleichung:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

Das Gleichungssystem:

$$P_1(-1|4) \Rightarrow f(-1) = 4 \Leftrightarrow -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2(3|0) \Rightarrow f(3) = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 0$$

$$P_3(5|4) \Rightarrow f(5) = 4 \Leftrightarrow 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_4(7|-4) \Rightarrow f(7) = -4 \Leftrightarrow 343a_3 + 49a_2 + 7a_1 + 1a_0 = -4$$

Der Gauß- Algorithmus:

$$8a_3 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$		
1	-1	1	-1	4	
1	3	9	27	0	II-I
1	5	25	125	4	III-I
1	7	49	343	-4	IV-I
1	-1	1	-1	4	
0	4	8	28	-4	:4
0	6	24	126	0	:6
0	8	48	344	-8	:8
1	-1	1	-1	4	
0	1	2	7	-1	
0	1	4	21	0	III-II
0	1	6	43	-1	IV-II
1	-1	1	-1	4	
0	1	2	7	-1	
0	0	2	14	1	
0	0	4	36	0	IV-2·III
1	-1	1	-1	4	
0	1	2	7	-1	
0	0	2	14	1	
0	0	0	8	-2	

$$2a_2 + 14a_3 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 - \frac{14}{4} = 1 \mid + \frac{14}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = \frac{4}{4} + \frac{14}{4} \Leftrightarrow 2a_2 = \frac{18}{4} \mid :2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{9}{4}$$

$$a_1 + 2a_2 + 7a_3 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_1 + \frac{18}{4} - \frac{7}{4} = -1 \Leftrightarrow a_1 + \frac{11}{4} = -1 \mid - \frac{11}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_1 = -\frac{4}{4} - \frac{11}{4} \Leftrightarrow a_1 = -\frac{15}{4}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 4$$

$$\Leftrightarrow a_0 + \frac{15}{4} + \frac{9}{4} + \frac{1}{4} = 4 \Leftrightarrow a_0 + \frac{25}{4} = 4 \mid - \frac{25}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{16}{4} - \frac{25}{4} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{9}{4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4}}}$$

b) Berechnen Sie die relativen Extrema (Hochpunkt, Tiefpunkt).

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4} \Rightarrow f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{15}{4} \Rightarrow f''(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{15}{4} = 0 \quad | \cdot \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$p = -6 \quad q = 5 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 5 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 3 + 2 = 5 \\ x_2 = 3 - 2 = 1 \end{array} \right. \quad \text{Stellen mit waagerechter Tangente}$$

$$f''(x_1) = f''(5) = -\frac{15}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{6}{2} = -3 < 0 \Rightarrow \text{rel. Max. bei } x_1 = 5$$

$$f''(x_2) = f''(1) = -\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{6}{2} = 3 > 0 \Rightarrow \text{rel. Min. bei } x_2 = 1$$

$$f(x_1) = f(5) = 4 \text{ da } P_3(5|4) \Rightarrow \underline{\underline{P_{\text{Max}}(5|4)}}$$

$$f(x_2) = f(1) = -\frac{1}{4} + \frac{9}{4} - \frac{15}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{16}{4} = -4 \Rightarrow \underline{\underline{P_{\text{Min}}(1|-4)}}$$

c) Berechnen Sie den Wendepunkt.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4} \Rightarrow f'(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} \Rightarrow f'''(x) = -\frac{3}{2}$$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} = 0 \quad | \cdot \frac{2}{-3}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2}x = -\frac{9}{2} \quad | \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ist mögliche Wendestelle } x_w$$

$$f'''(x_w) = f'''(3) = -\frac{3}{2} \neq 0 \Rightarrow x_w = 3 \text{ ist Wendestelle}$$

$$f(x_w) = f(3) = 0 \text{ da } P_2(3|0) \Rightarrow \underline{\underline{P_w(3|0)}}$$

d) Berechnen Sie die Gleichung der Wendetangente.

$$t(x) = f'(x_w)(x - x_w) + f(x_w) \text{ mit } x_w = 3$$

$$f'(x_w) = f'(3) = -\frac{27}{4} + \frac{54}{4} - \frac{15}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad f(x_w) = f(3) = 0$$

$$\Rightarrow t(x) = 3(x - 3) + 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{t(x) = 3x - 9}}$$

e) Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4}$$

$$f(0) = -\frac{9}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 | -\frac{9}{4})}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4} = 0$$

$$P_w(3 | 0) \Rightarrow x_1 = 3 \text{ ist bereits als Nullstelle bekannt} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(3 | 0)}}$$

$$\begin{array}{cccc} -\frac{1}{4} & \frac{9}{4} & -\frac{15}{4} & -\frac{9}{4} \\ x=3 & \downarrow & -\frac{3}{4} & +\frac{18}{4} & +\frac{9}{4} & \Rightarrow \text{Restpolynom } -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} = 0 \mid \cdot (-4) \\ & & -\frac{1}{4} & \frac{6}{4} & \frac{3}{4} & 0 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$$

$$p = -6 \quad q = -3 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 + 3 = 12 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{12}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\{ \begin{array}{l} x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_2}(3 + \sqrt{12} \approx 6,46 | 0)}} \\ x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_3}(3 - \sqrt{12} \approx -0,46 | 0)}} \end{array} \right.$$

f) Berechnen Sie die Funktionswerte für  $x = 2 ; 4 ; 6$

und stellen Sie mit allen bisher bekannten Punkten eine Wertetabelle auf.

Genauigkeit in der Wertetabelle, zwei Stellen hinter dem Komma.

$$f(2) = -\frac{1}{4} \cdot 8 + \frac{9}{4} \cdot 4 - \frac{15}{4} \cdot 2 - \frac{9}{4} = -\frac{8}{4} + \frac{36}{4} - \frac{30}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{11}{4} = -2,75$$

$$f(4) = -\frac{1}{4} \cdot 64 + \frac{9}{4} \cdot 16 - \frac{15}{4} \cdot 4 - \frac{9}{4} = -\frac{64}{4} + \frac{144}{4} - \frac{60}{4} - \frac{9}{4} = \frac{11}{4} = 2,75$$

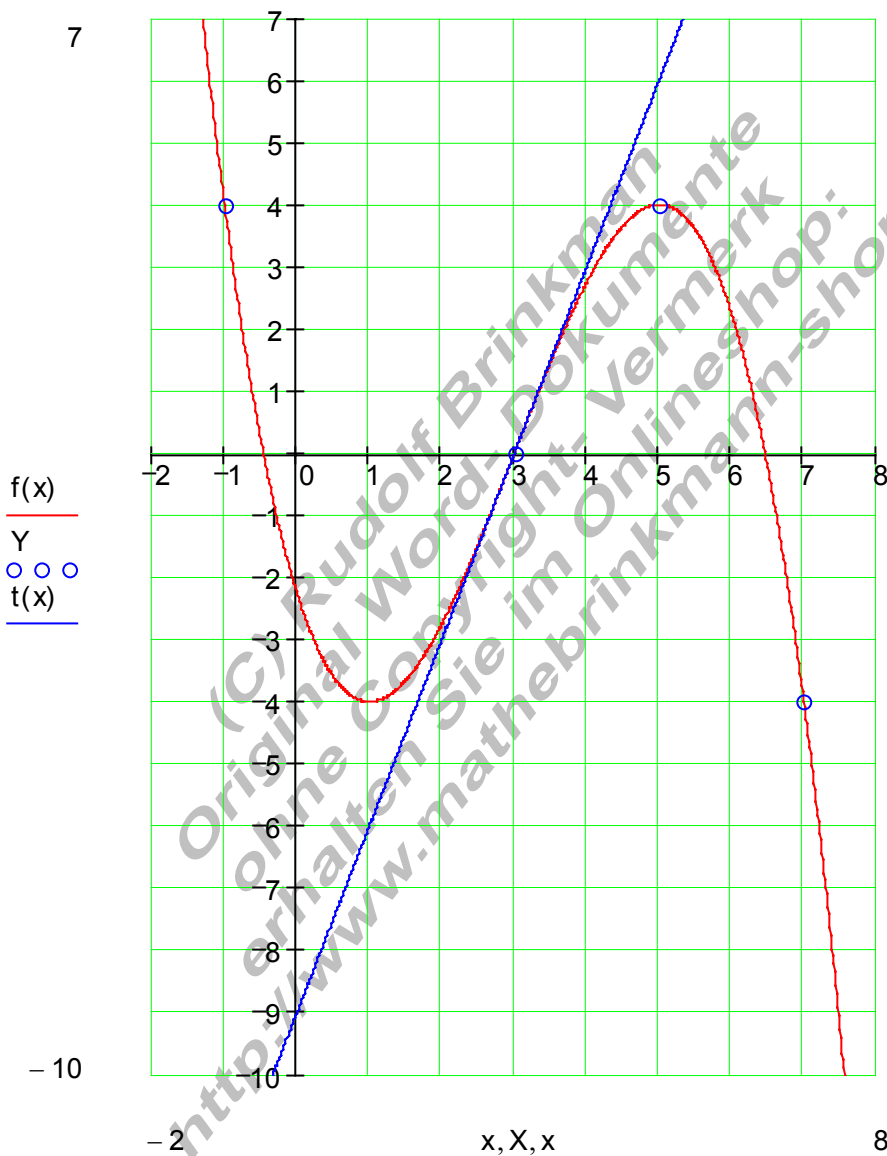
$$f(6) = -\frac{1}{4} \cdot 216 + \frac{9}{4} \cdot 36 - \frac{15}{4} \cdot 6 - \frac{9}{4} = -\frac{216}{4} + \frac{324}{4} - \frac{90}{4} - \frac{9}{4} = \frac{9}{4} = 2,25$$

$$P_1(-1 | 4) \quad P_2(3 | 0) = P_{x_1} = P_w \quad P_3(5 | 4) = P_{\text{Max}} \quad P_4(7 | -4) \quad P_{\text{Min}}(1 | -4)$$

$$P_y(0 | -2,25) \quad P_{x_2}(6,46 | 0) \quad P_{x_3}(-0,46 | 0)$$

x	-1	-0,46	0	1	2	3	4	5	6	6,46	7
f(x)	4	0	-2,25	-4	-2,75	0	2,75	4	2,25	0	-4

- g) Zeichnen Sie möglichst genau den Graphen und die Wendetangente in ein Koordinatensystem und kennzeichnen Sie die markanten Punkte. (Extrempunkte, Wendepunkt und Achsenschnittpunkte). Maßstab: 1 cm ist eine Einheit.)



- h) Bestimmen Sie die Randpunkte des Definitionsbereiches.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{15}{4}x - \frac{9}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \underbrace{-\frac{1}{4}x^3}_{\rightarrow -\infty} \left( 1 - \underbrace{9 \cdot \frac{1}{x}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{15 \cdot \frac{1}{x^2}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{9 \cdot \frac{1}{x^3}}_{\rightarrow 0} \right) \right] = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \underbrace{-\frac{1}{4}x^3}_{\rightarrow -\infty} \left( 1 - \underbrace{9 \cdot \frac{1}{x}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{15 \cdot \frac{1}{x^2}}_{\rightarrow 0} + \underbrace{9 \cdot \frac{1}{x^3}}_{\rightarrow 0} \right) \right] = -\infty$$



- i) Die Wendetangente bildet mit den Koordinatenachsen ein Dreieck.  
Berechnen Sie die Fläche dieses Dreiecks.

$$t(x) = 3x - 9 \Rightarrow y - \text{Abschnitt } 9 \text{ Einheiten}$$

$$t(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow x - \text{Abschnitt } 3 \text{ Einheiten}$$

$$A = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{3 \cdot 9}{2} = \frac{27}{2} = 13,5 \Leftrightarrow \underline{\underline{A = 13,5 \text{ FE}}}$$

(C) Rudolf Brinkman  
Original Word- Dokumente  
ohne Copyright- Vermerk  
erhalten Sie im Onlineshop:  
<http://www.mathebrinkmann-shop.de>