

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Mi 30.10.2012
SG22 D	Gruppe A	NAME:	

Hilfsmittel: Taschenrechner, außer bei Aufgabe 1

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

Lösungen:

1.	Aufgabe		
	Berechnen Sie ohne Taschenrechner unter Verwendung der Rechenregeln für die Bruchrechnung. Der Rechenweg muss klar erkennbar sein.		
a)	$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{10}$	b)	$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right)$
		c)	$\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) : \frac{2}{3}$

A1	Ausführliche Lösungen		
a)	$\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{5}{8} - \frac{7}{10} = \frac{20}{40} - \frac{30}{40} + \frac{25}{40} - \frac{28}{40} = -\frac{13}{40}$		
b)	$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \right) = \frac{12}{10} - \frac{9}{8} = \frac{48}{40} - \frac{45}{40} = \frac{3}{40}$		
c)	$\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5} \right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{15}{20} + \frac{16}{20} \right) : \frac{2}{3} = \frac{31}{20} : \frac{2}{3} = \frac{31 \cdot 3}{20 \cdot 2} = \frac{93}{40} = 2\frac{13}{40}$		

2.	Aufgabe		
	Berechnen und vereinfachen Sie:		
a)	$5x - [6y + (2x - 7) - (3x + 2y - 8)]$	b)	$\frac{2}{3} \cdot (3x - 3) - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2 \right)$
c)	$\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a + \frac{4}{3}b \right)$	d)	$\left(\frac{3}{4}u - 2v \right)^2$

A2	Ausführliche Lösungen		
a)	$5x - [6y + (2x - 7) - (3x + 2y - 8)] = 5x - [6y + 2x - 7 - 3x - 2y + 8]$ $= 5x - [-x + 4y + 1] = 5x + x - 4y - 1 = 6x - 4y - 1$		
b)	$\frac{2}{3} \cdot (3x - 3) - 5 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) = 2x - 2 - \frac{5}{2}x - 10 = \frac{4}{2}x - \frac{5}{2}x - 12 = -\frac{1}{2}x - 12$		
c)	$\left(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b \right) \cdot \left(\frac{3}{2}a + \frac{4}{3}b \right) = \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{2}a + \frac{2}{3}a \cdot \frac{4}{3}b - \frac{3}{4}b \cdot \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}b \cdot \frac{4}{3}b$ $= a^2 + \frac{8}{9}ab - \frac{9}{8}ab - b^2 = a^2 + \frac{64}{72}ab - \frac{81}{72}ab - b^2 = a^2 - \frac{17}{72}ab - b^2$		
d)	$\left(\frac{3}{4}u - 2v \right)^2 = \frac{9}{16}u^2 - 4 \cdot \frac{3}{4}uv + 4v^2 = \frac{9}{16}u^2 - 3uv + 4v^2$		

3. Aufgabe	
Bei der Bearbeitung folgender Aufgaben rechnen Sie mit Brüchen.	
a)	Eine Gerade mit der Steigung $a_1 = -\frac{2}{3}$ verläuft durch den Punkt $P(-5 4)$ Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
b)	Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(-6 8)$ und $P_2(6 -1)$ Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
c)	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte von $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$ rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
d)	Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ und $g(x) = -\frac{3}{4}x + 4$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem. Ansatz: $f(x) = g(x)$

A3: a) Ausführliche Lösung

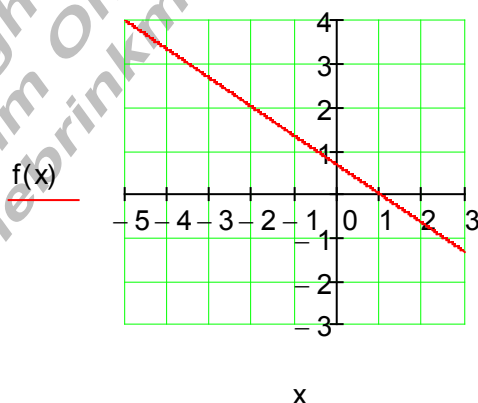
$$a_1 = -\frac{2}{3} \quad P(-5 | 4) \quad f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$$

$$P(-5 | 4) \Rightarrow f(-5) = 4 \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \cdot (-5) + a_0 = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{3} + a_0 = 4 \quad | -\frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{10}{3} = \frac{12}{3} - \frac{10}{3} = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$



A3: b) Ausführliche Lösung

$$P_1(-6|8) \quad P_2(6|-1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 8}{6 - (-6)} = -\frac{3}{4}$$

$$a_1 = -\frac{3}{4} \quad f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

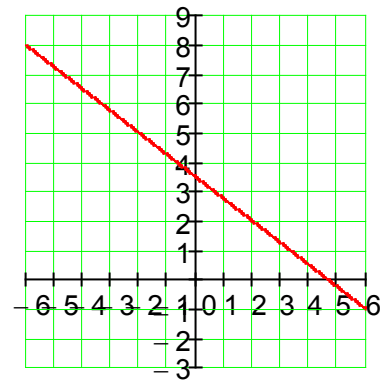
$$P(6|-1) \Rightarrow f(6) = -1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 6 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{48}{4} + a_0 = -1 \quad | +\frac{48}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{4}{4} + \frac{48}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + 11$$

f(x)



x

A3: c) Ausführliche Lösung

$$g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{7}{2} = 3,5\right)$$

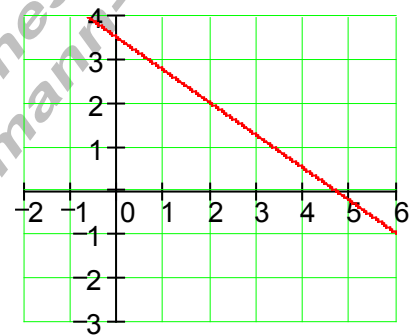
$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} = 0 \quad | -\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{7}{2} \quad | : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3} = 4,\bar{6}$$

$$P_x\left(\frac{14}{3} = 4,\bar{6} \mid 0\right)$$

f(x)



x

A3: d) Ausführliche Lösung	
$f(x) = \frac{2}{3}x + 1 \quad g(x) = -\frac{3}{4}x + 4$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 1 = -\frac{3}{4}x + 4 \quad +\frac{3}{4}x$ $\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + 1 = 4 \quad -1$ $\Leftrightarrow \frac{8}{12}x + \frac{9}{12}x = 3 \quad : \frac{17}{12}$ $\Leftrightarrow x_s = \frac{36}{17} \approx 2,118$ $y_s = f(x_s) = f\left(\frac{36}{17}\right) = \frac{41}{17} \approx 2,412$ $S\left(\frac{36}{17} \approx 2,118 \mid \frac{41}{17} \approx 2,412\right)$	

4.	Aufgabe
	In einem Vorratstank befinden sich 9500 Liter Wasser. Täglich werden dem Tank 160 Liter Wasser entnommen.
a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
b)	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem.
c)	Nach wie viel Tagen ist der Tank leer? Berechnen Sie diesen Wert mit der von Ihnen aufgestellten Funktionsgleichung.

A4: Ausführliche Lösung	
a)	$f(x) = -160x + 9500$
b)	
c)	$f(x) = 0$ $\Leftrightarrow -160x + 9500 = -9500$ $\Leftrightarrow -160x = -9500 \quad : (-160)$ $\Leftrightarrow x = \frac{475}{8} = 59,375$ <p>Der Tank ist nach etwa 59 Tagen leer.</p>

5.	Aufgabe
	In Europa misst man die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, in den USA in $^{\circ}\text{F}$. Zwischen beiden besteht eine lineare Beziehung. 100 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 212 $^{\circ}\text{F}$ und 0 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 32 $^{\circ}\text{F}$.
a)	Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ erlaubt.
b)	90 $^{\circ}\text{F}$ ist Sommertemperatur in Florida, wie viel $^{\circ}\text{C}$ wären das?

A5	Ausführliche Lösungen
a)	<p>x – Achse: $^{\circ}\text{F}$ y – Achse: $^{\circ}\text{C}$</p> <p>$f(x) = a_1x + a_0$ $P_1(32 0)$ $P_2(212 100)$</p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$ <p>$P_1(32 0): f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0$</p> $\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \quad -\frac{160}{9}$ $\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$ <p>Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ x in $^{\circ}\text{F}$ und f(x) in $^{\circ}\text{C}$</p>
b)	<p>90 $^{\circ}\text{F} = ?^{\circ}\text{C}$ $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32) \Rightarrow f(90) = \frac{5}{9}(90 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 58 = 32,\bar{2}^{\circ}\text{C}$</p>

Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Mi 30.10.2012
SG22 D Gruppe B	NAME:		

Hilfsmittel: Taschenrechner, außer bei Aufgabe 1

Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.

Lösungen:

1.	Aufgabe		
	Berechnen Sie ohne Taschenrechner unter Verwendung der Rechenregeln für die Bruchrechnung. Der Rechenweg muss klar erkennbar sein.		
a)	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{10}$	b)	$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right)$
		c)	$\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{2}$

A1	Ausführliche Lösungen		
a)	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{8} + \frac{7}{10} = \frac{20}{40} + \frac{30}{40} - \frac{25}{40} + \frac{28}{40} = \frac{53}{40}$		
b)	$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3}\right) = \frac{10}{12} - \frac{8}{9} = \frac{30}{36} - \frac{32}{36} = -\frac{2}{36} = -\frac{1}{18}$		
c)	$\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) : \frac{3}{2} = \left(\frac{16}{20} - \frac{15}{20}\right) : \frac{3}{2} = \frac{1}{20} : \frac{3}{2} = \frac{1 \cdot 2}{20 \cdot 3} = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$		

2.	Aufgabe		
	Berechnen und vereinfachen Sie:		
a)	$5x + [6y - (2x - 7) - (3x + 3y + 7)]$	b)	$\frac{3}{2} \cdot (2x - 2) - \frac{1}{2} \cdot (5x + 2)$
c)	$\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{4}{3}b\right)$	d)	$\left(\frac{4}{3}u + \frac{1}{2}v\right)^2$

A2	Ausführliche Lösungen		
a)	$5x + [6y - (2x - 7) - (3x + 3y + 7)] = 5x + [6y - 2x + 7 - 3x - 3y - 7]$ $= 5x + [-5x + 3y] = 5x - 5x + 3y = 3y$		
b)	$\frac{3}{2} \cdot (2x - 2) - \frac{1}{2} \cdot (5x + 2) = 3x - 3 - \frac{5}{2}x - 1 = 3x - \frac{5}{2}x - 4 = \frac{6}{2}x - \frac{5}{2}x - 4 = \frac{1}{2}x - 4$		
c)	$\left(\frac{2}{3}a + \frac{3}{4}b\right) \cdot \left(\frac{3}{2}a - \frac{4}{3}b\right) = \frac{2}{3}a \cdot \frac{3}{2}a - \frac{2}{3}a \cdot \frac{4}{3}b + \frac{3}{4}b \cdot \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}b \cdot \frac{4}{3}b$ $= a^2 - \frac{8}{9}ab + \frac{9}{8}ab - b^2 = a^2 - \frac{64}{72}ab + \frac{81}{72}ab - b^2 = a^2 + \frac{17}{72}ab - b^2$		
d)	$\left(\frac{4}{3}u + \frac{1}{2}v\right)^2 = \frac{16}{9}u^2 + 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}uv + \frac{1}{4}v^2 = \frac{16}{9}u^2 + \frac{4}{3}uv + \frac{1}{4}v^2$		

3. Aufgabe	
Bei der Bearbeitung folgender Aufgaben rechnen Sie mit Brüchen.	
a)	Eine Gerade mit der Steigung $a_1 = \frac{1}{3}$ verläuft durch den Punkt $P(-5 -4)$ Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
b)	Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(6 -8)$ und $P_2(-6 1)$ Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
c)	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte von $g(x) = \frac{4}{3}x - \frac{7}{2}$ rechnerisch und zeichnen Sie den Graphen.
d)	Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = -\frac{2}{3}x + 3$ und $g(x) = \frac{3}{4}x + 1$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem.

A3: a) Ausführliche Lösung	
$a_1 = \frac{1}{3}$ $P(-5 -4)$ $f(x) = \frac{1}{3}x + a_0$ $P(-5 -4)$ $\Rightarrow f(-5) = -4 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot (-5) + a_0 = -4$ $\Leftrightarrow -\frac{5}{3} + a_0 = -4 \quad +\frac{5}{3}$ $\Leftrightarrow a_0 = -\frac{12}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{7}{3}$ $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$	

A3: b) Ausführliche Lösung

$$P_1(6|-8) \quad P_2(-6|1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - (-8)}{-6 - 6} = -\frac{3}{4}$$

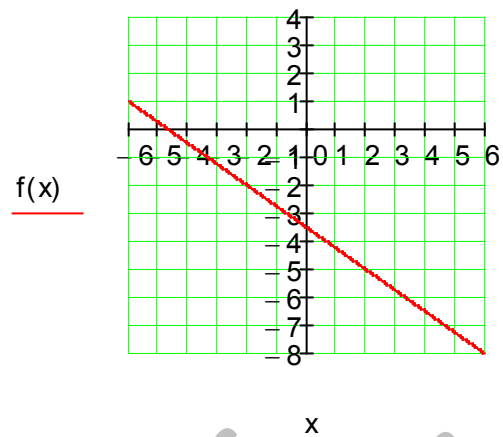
$$a_1 = -\frac{3}{4} \quad f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P(6|-8)$$

$$\Rightarrow f(6) = -8 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 6 + a_0 = -8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{9}{2} + a_0 = -\frac{16}{2} \quad | +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{7}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$$

**A3: c) Ausführliche Lösung**

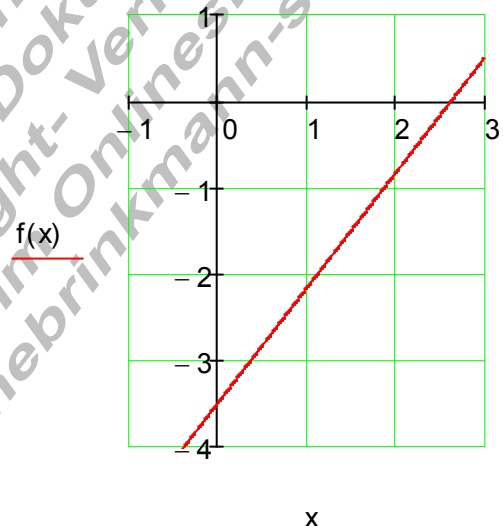
$$g(x) = \frac{4}{3}x - \frac{7}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{7}{2} = -3,5\right)$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3}x - \frac{7}{2} = 0 \quad | +\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}x = \frac{7}{2} \quad | : \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{21}{8} = 2,625$$

$$P_x\left(\frac{21}{8} = 2,625 \mid 0\right)$$



A3: d) **Ausführliche Lösung**

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + 3 \quad g(x) = \frac{3}{4}x + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 3 = \frac{3}{4}x + 1 \quad | -\frac{3}{4}x$$

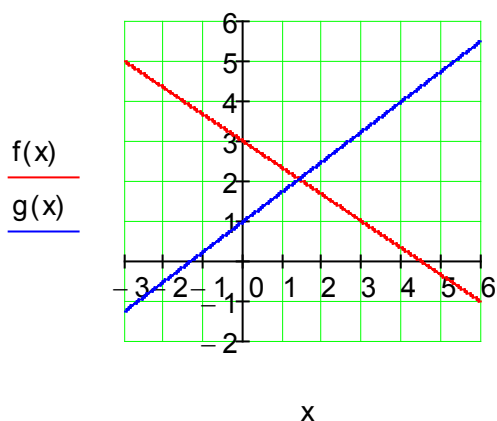
$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x + 3 = 1 \quad | -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{12}x - \frac{9}{12}x = -2 \quad | : \left(-\frac{17}{12}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{24}{17} \approx 1,412$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{24}{17}\right) = \frac{35}{17} \approx 2,059$$

$$S\left(\frac{24}{17} \approx 1,412 \quad | \quad \frac{35}{17} \approx 2,059\right)$$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
<http://www.mathebrinkmann-shop.de>

4.	Aufgabe
	In einem Abwassertank befinden sich 5000 Liter Wasser. Täglich kommen 150 Liter Abwasser hinzu.
	a) Stellen Sie die Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
	b) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in ein geeignetes Koordinatensystem.
	c) Nach wie viel Tagen muss der Tank entleert werden, wenn er für 12000 Liter ausgelegt ist? Berechnen Sie diesen Wert mit der von Ihnen aufgestellten Funktionsgleichung.

A4:	Ausführliche Lösung	
a)	$f(x) = 150x + 5000$	
b)		c)
		$f(x) = 12000$ $\Leftrightarrow 150x + 5000 = 12000 \mid -5000$ $\Leftrightarrow 150x = 7000 \mid :150$ $\Leftrightarrow x = \frac{140}{3} = 46,\bar{6}$ Der Tank muss nach ca. 46 Tagen geleert werden.

5.	Aufgabe
	In Europa misst man die Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, in den USA in $^{\circ}\text{F}$. Zwischen beiden besteht eine lineare Beziehung. 100 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 212 $^{\circ}\text{F}$ und 0 $^{\circ}\text{C}$ entsprechen 32 $^{\circ}\text{F}$.
a)	Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ erlaubt.
b)	38 $^{\circ}\text{C}$ in Deutschland ist im Sommer keine Seltenheit, wie viel $^{\circ}\text{F}$ wären das?

A5	Ausführliche Lösungen
a)	x – Achse : $^{\circ}\text{C}$ y – Achse : $^{\circ}\text{F}$ $f(x) = a_1x + a_0$ $P_1(0 32)$ $P_2(100 212)$ $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$ $P_1(0 32) : f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$ $\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ gilt: $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ x in $^{\circ}\text{C}$ und $f(x)$ in $^{\circ}\text{F}$
b)	38 $^{\circ}\text{C} = ?^{\circ}\text{F}$ $f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow f(38) = \frac{9}{5} \cdot 38 + 32 = 100,4^{\circ}\text{F}$

Leistungsbewertung				
Note	% der Gesamtpunktzahl	Aufgabe	Punkte	%
1	93 - 100	1a	3	6
1-	89 - 92	1b	3	6
2+	85 - 88	1c	3	6
2	80 - 84	2a	3	6
2-	75 - 79	2b	3	6
3+	70 - 74	2c	3	6
3	65 - 69	2d	3	6
3-	60 - 64	3a	4	8
4+	55 - 59	3b	4	8
4	50 - 54	3c	4	8
4-	45 - 49	3d	4	8
5+	39 - 44	4a	2	4
5	30 - 38	4b	3	6
5-	20 - 29	4c	3	6
6	0 - 19	5a	4	8
		5b	1	2
		Summe	50	100

Note	% der Gesamtpunktzahl	Aufgabe	Punkte	%
1	93 – 100	1a	3	6
1 ⁻	89 – 92	1b	3	6
2 ⁺	85 – 88	1c	3	6
2	80 – 84	2a	3	6
2 ⁻	75 – 79	2b	3	6
3 ⁺	70 – 74	2c	3	6
3	65 – 69	2d	3	6
3 ⁻	60 – 64	3a	4	8
4 ⁺	55 – 59	3b	4	8
4	50 – 54	3c	4	8
4 ⁻	45 – 49	3d	4	8
5 ⁺	39 – 44	4a	2	4
5	30 – 38	4b	3	6
5 ⁻	20 – 29	4c	3	6
6	0 – 19	5a	4	8
		5b	1	2
		Summe	50	100

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
<http://www.mathebrinkmann-shop.de>