Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Di 11.03.08**
SG16D Gruppe A	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner und beigefügte Formeln
Rechnen Sie wo möglich mit Brüchen. Jedes Ergebnis ist durch Rechnung zu begründen. Überprüfen Sie Ihre Rechnung anhand der Kontrollergebnisse und rechnen Sie mit diesen weiter.

1. Der Verlauf einer Virusinfektion wird durch folgende Funktionsgleichung beschrieben:

   $$f(x) = (a + b \cdot x) \cdot e^{\frac{1}{20} \cdot x}$$

   Die Variable x steht für die Zeit in Stunden und f(x) für die Anzahl der Viren in Milliarden.
   Als die ersten Merkmale der Infektion auftraten, waren 3 Milliarden Vieren vorhanden (x = 0). Daraufhin wurde ein Medikament gegeben. Für den weiteren Verlauf der Virusinfektion ist folgendes bekannt:
   Nach 70 Stunden erreicht die Anzahl der Vieren ihr Maximum um dann wegen der Wirkung des Medikamentes stark zurückzugehen.

   a) Bestimmen Sie die Parameter a und b der Funktionsgleichung.
   Wie lautet diese?

   Kontrollergebnis: $f(x) = \left(3 - \frac{1}{30} x\right) \cdot e^{\frac{1}{20} \cdot x}$

   b) Nach wie viel Stunden sind alle Vieren abgestorben?

   c) Wie groß war die maximale Anzahl der Vieren?

   d) Bestimmen Sie die Wendestelle und interpretieren Sie deren Bedeutung in Bezug auf die Virenentwicklung.

   Kontrollergebnis: $f'(x) = \left(\frac{7}{60} - \frac{1}{600} x\right) \cdot e^{\frac{1}{20} x} \Rightarrow f''(x) = \left(\frac{5}{1200} - \frac{1}{12000} x\right) \cdot e^{\frac{1}{20} x}$

   Überprüfung mit der 3. Ableitung ist nicht erforderlich.

   e) Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

x	0	10	20	30	40
$f(x)$		4,4		9,0	
x	50	60	70	80	90
$f(x)$		20,1		18,2	

   f) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen in Bezug auf die Virenentwicklung.

   g) Die Fläche zwischen dem Graphen und der x- Achse ist ein Maß für die schädigende Wirkung der Vieren, auch Wirkungsfaktor genannt. Berechnen Sie den gesamten Wirkungsfaktor bis zum völligen Abklingen der Infektion.

   Kontrollergebnis: $\int f(x)\,dx = \left(\frac{220}{3} - \frac{2}{3} x\right) \cdot e^{\frac{1}{20} \cdot x} + C$

Viel Erfolg!

Erlaubte Hilfsmittel

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Definition des Logarithmus:

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$	$e^x = b \Leftrightarrow x = \ln(b)$	$10^x = b \Leftrightarrow x = \lg(b)$

Logarithmengesetze zur Basis e

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln\left(b^c\right) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

Integrale

$\int e^{k \cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x} + C$	$\int x \cdot e^{k \cdot x} dx = \left(\frac{1}{k} \cdot x - \frac{1}{k^2}\right) \cdot e^{k \cdot x} + C$
$f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\int u \cdot v' \, dx = u \cdot v - \int u' \cdot v \, dx$

Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Di 11.03.08**
SG16D Gruppe B	**NAME:**		

Hilfsmittel: Taschenrechner und beigefügte Formeln
Rechnen Sie wo möglich mit Brüchen. Jedes Ergebnis ist durch Rechnung zu begründen.
Überprüfen Sie Ihre Rechnung anhand der Kontrollergebnisse und rechnen Sie mit diesen weiter.

1. Nach der Einnahme eines Medikamentes entwickelt sich die Medikamentenkonzentration im Blut nach folgender Funktion:

   $f(x) = a \cdot x \cdot e^{k \cdot x}$ $\quad$ $x =$ Zeit in Stunden, $f(x) =$ Konzentration in mg/Liter

   a) Bestimmen Sie geeignete Werte für a und k, wenn die Konzentration nach x = 4 Stunden auf maximal 16 mg/Liter angewachsen ist. Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.

   (Kontrollergebnis: $f(x) = 4e \cdot x \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot x}$)

   b) Ergänzen Sie die Wertetabelle und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

x	0	1	2	3	4	6	8
$f(x)$		8,5	13,2	15,4		14,6	
x	12	16	20	24	28	30	
$f(x)$		3,2		0,65		0,18	

   c) Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen in Bezug auf die Medikamentenkonzentration.

   d) Berechnen Sie den Wendepunkt und Interpretieren Sie das Ergebnis.

   Kontrollergebnis : $f'(x) = e \cdot (4 - x) \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot x} \Rightarrow f''(x) = e \cdot \left(-2 + \frac{1}{4}x\right) \cdot e^{-\frac{1}{4} \cdot x}$

   Überprüfung mit der 3. Ableitung ist nicht erforderlich.

   e) Berechnen Sie die Fläche zwischen dem Graphen und der x- Achse im Intervall [0 , 30].
   Welche Bedeutung könnte die Fläche (Konzentration mal Zeit) in Bezug auf die Wirkung des Medikamentes haben?

   Kontrollergebnis: $\int f(x)\,dx = -16 \cdot e(x + 4) \cdot e^{-\frac{1}{4}x} + C$

   f) Wie groß ist die mittlere Konzentration in den ersten 20 Stunden?

   g) Gegen welchen Wert strebt die Konzentration nach mehreren Tagen?

Viel Erfolg!

Erlaubte Hilfsmittel

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Definition des Logarithmus:

$a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b)$	$e^x = b \Leftrightarrow x = \ln(b)$	$10^x = b \Leftrightarrow x = \lg(b)$

Logarithmengesetze zur Basis e

$\ln(b \cdot c) = \ln(b) + \ln(c)$	$\ln\left(\frac{b}{c}\right) = \ln(b) - \ln(c)$	$a = e^{\ln(a)}$	$e^0 = 1$
$\ln(b^c) = c \cdot \ln(b)$	$\log_a b = \frac{\lg b}{\lg a} = \frac{\ln b}{\ln a}$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$

Integrale

$\int e^{k \cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x} + C$	$\int x \cdot e^{k \cdot x} dx = \left(\frac{1}{k} \cdot x - \frac{1}{k^2}\right) \cdot e^{k \cdot x} + C$
$f(x) = u \cdot v \Rightarrow f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$	$\int u \cdot v' \, dx = u \cdot v - \int u' \cdot v \, dx$