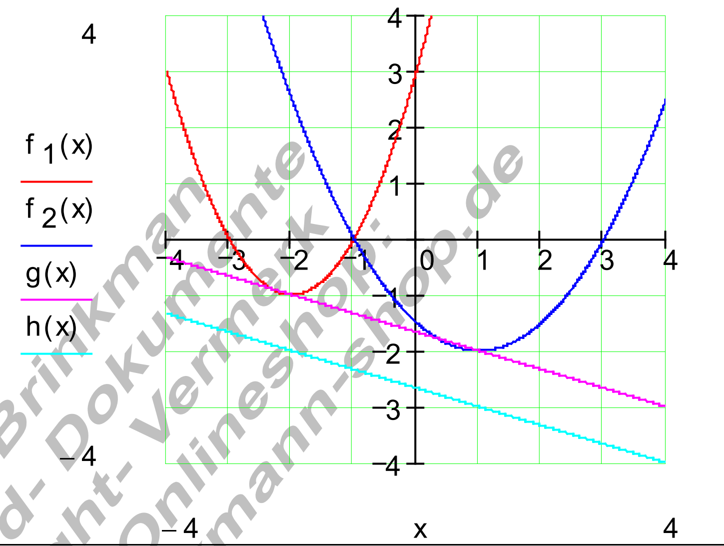
Klassenarbeit	Mathematik	Bearbeitungszeit 90 min.	Di 13.03.07
SG16/26 D Gruppe A	NAME:		

E1:

a)	$S_1(-2\mid-1)$ $S_2(1\mid-2)$	
b)	$f_1(x)=(x+2)^2-1$ $f_2(x)=\frac{1}{2}(x-1)^2-2$	
c)	$g(x)=-\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}$	
e)	$g^*(x)=-\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$	

d)



E2: a)

$f(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$

$P_1(2\mid14):\quad f(2)=4a_2+2a_1+1a_0=14$

$P_1(4\mid20):\quad f(4)=16a_2+4a_1+1a_0=20$

$P_1(6\mid18):\quad f(6)=36a_2+6a_1+1a_0=18$

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	14	
1	4	16	20	II − I
1	6	36	18	III − I
1	2	4	14	
0	2	12	6	|: 2
0	4	32	4	|: 4
1	2	4	14	
0	1	6	3	
0	1	8	1	III − I
1	2	4	14	
0	1	6	3	
0	0	2	−2	

$2a_2=-2 \Leftrightarrow \boxed{a_2=-1}$

$a_1+6a_2=3$

$\Leftrightarrow a_1+6\cdot(-1)=3$

$\Leftrightarrow a_1-6=3\mid+6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1=9}$

$a_0+2a_1+4a_2=14$

$\Leftrightarrow a_0+2\cdot9+4\cdot(-1)=14$

$\Leftrightarrow a_0+18-4=14 \Leftrightarrow \boxed{a_0=0}$

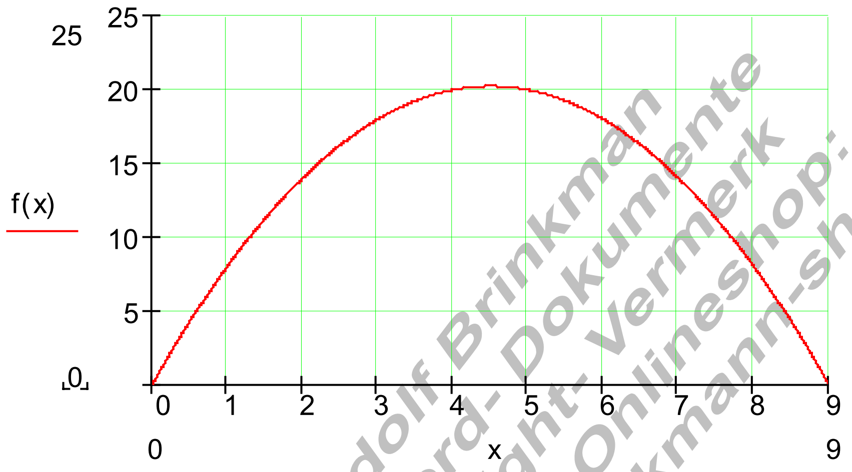
$$\underline{\underline{f(x)=-x^2+9x}}$$

E2: b)

Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	0	8	14	18	20	20	18	14	8	0

Scheitel liegt bei $x_s = 4{,}5 \Rightarrow y_s = f(4{,}5) = 20{,}25$



E3:

a)	Der Graph von f(x) hat mindestens eine Nullstelle, Verlauf von III → I

b) Achsenschnittpunkte:

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

$$\begin{array}{lrrrrl}
 & 1 & -1 & -5 & 2 & \\
x = 1 & \downarrow & \underline{1} & \underline{0} & \underline{-5} & \\
 & 1 & 0 & -5 & -3 & = f(1) \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 2 & \\
x = 2 & \downarrow & \underline{2} & \underline{2} & \underline{-6} & \\
 & 1 & 1 & -3 & -4 & = f(2) \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 2 & \\
x = -1 & \downarrow & \underline{-1} & \underline{2} & \underline{3} & \\
 & 1 & -2 & -3 & 5 & = f(-1) \\
\hline
 & 1 & -1 & -5 & 2 & \\
x = -2 & \downarrow & \underline{-2} & \underline{6} & \underline{-2} & \\
 & 1 & -3 & 1 & 0 & = f(-2)
\end{array}$$

$x^2 - 3x + 1 = 0$

oder über Polynomdivision:

$$\begin{array}{l}
\left(x^3 - x^2 - 5x + 2\right) : (x + 2) = x^2 - 3x + 1 \\
\underline{-\left(x^3 + 2x^2\right)} \\
\quad -3x^2 - 5x \\
\quad \underline{-\left(-3x^2 - 6x\right)} \\
\qquad x + 2 \\
\qquad \underline{-(x + 2)}
\end{array}$$

Lösung der quadratischen Gleichung:

$x^2 - 3x + 1 = 0$ mit $p = -3$ und $q = 1$ wird

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}62 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}38 \end{array} \right.$$

Die Achsenschnittpunkte:

$P_y(0 \mid 2) \quad P_{x1}(-2 \mid 0)$

$P_{x2}\left(\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$

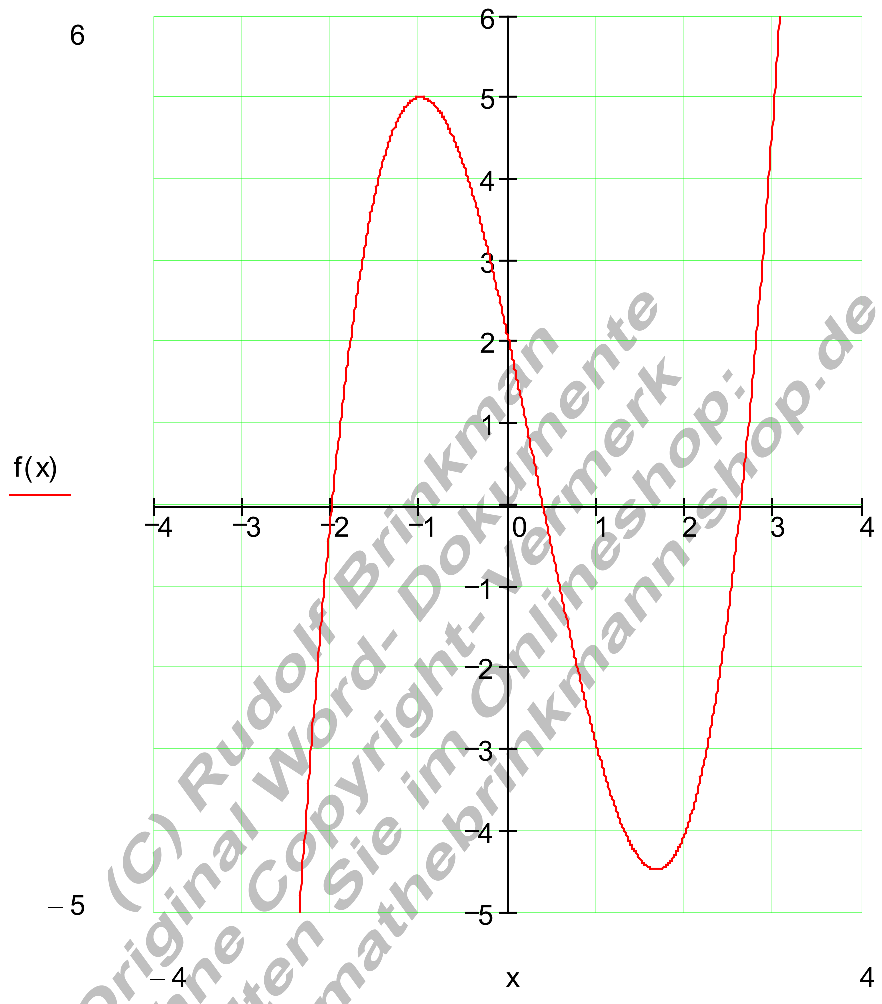
$P_{x2}\left(\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \mid 0\right)$

c) Die Wertetabelle:

		P_{x1}		P_{max}		P_y		
x	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1
f(x)	–7,38	0	3,88	5	4,13	2	–0,63	–3
					P_{min}	P_{x2}	P_{x3}	
x	1,5	2	2,5	3	$1{,}\overline{6}$	2,62	0,38	
f(x)	–4,38	–4	–1,13	5	–4.48	0	0	

$$\begin{array}{lrrrrl}
 & 1 & -1 & -5 & 2 & \\
x = 3 & \downarrow & \underline{3} & \underline{6} & \underline{3} & \\
 & 1 & 2 & 1 & 5 & = f(3)
\end{array}$$

d)

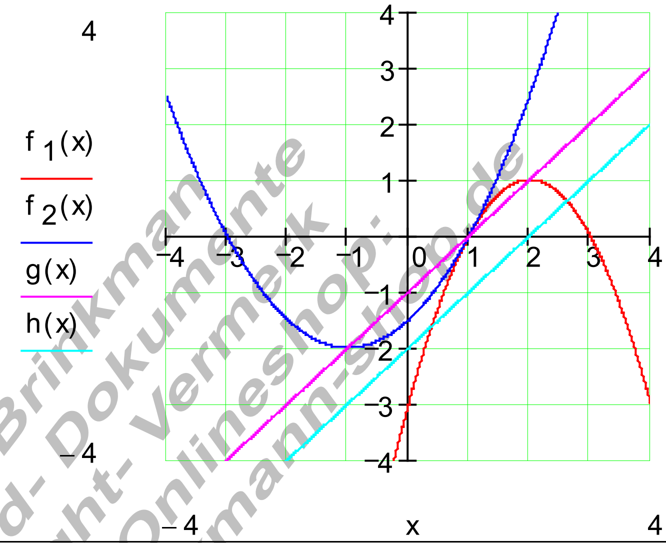


Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Di 13.03.07**
SG16/26 D Gruppe B	**NAME:**		

E1:

a)	$S_1(2\mid 1)$ $S_2(-1\mid -2)$
b)	$f_1(x) = -(x-2)^2 + 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$
c)	$g(x) = x - 1$
e)	$g^*(x) = x - 2$

d)



E2: a)

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P_1(1\mid 7): \quad f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 7$

$P_1(3\mid 15): \quad f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 15$

$P_1(5\mid 15): \quad f(5) = 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 = 15$

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	7	
1	3	9	15	II − I
1	5	25	15	III − I
1	1	1	7	
0	2	8	8	|: 2
0	4	24	8	|: 4
1	1	1	7	
0	1	4	4	
0	1	6	2	III − I
1	1	1	7	
0	1	4	4	
0	0	2	−2	

$2a_2 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 + 4a_2 = 4$

$\Leftrightarrow a_1 + 4\cdot(-1) = 4$

$\Leftrightarrow a_1 - 4 = 4 \mid +4$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 8}$

$a_0 + a_1 + a_2 = 7$

$\Leftrightarrow a_0 + 8 + (-1) = 7$

$\Leftrightarrow a_0 + 8 - 1 = 7 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$

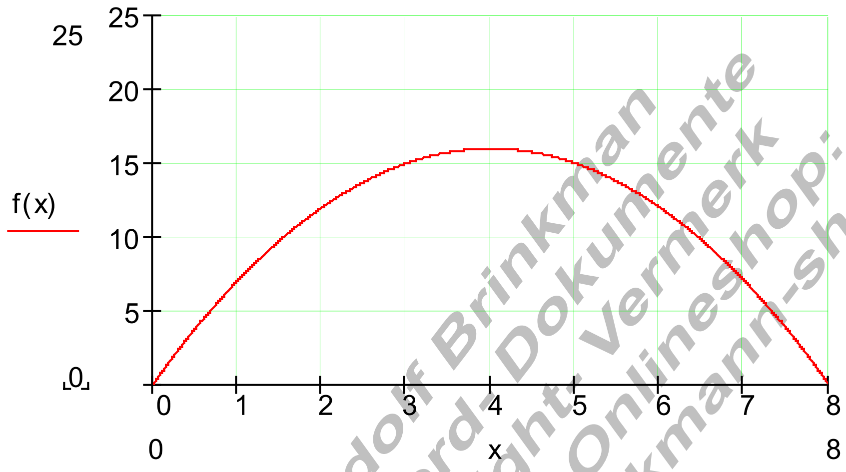
$\underline{\underline{f(x) = -x^2 + 8x}}$

E2: b)

Wertetabelle:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	0	7	12	15	16	15	12	7	0

Scheitel liegt bei $x_s = 4 \Rightarrow y_s = f(4) = 16$



E3:

a)	Der Graph von f(x) hat mindestens eine Nullstelle, Verlauf von III → I

b) Achsenschnittpunkte:

$f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 2$

$$\begin{array}{rrrrrl} & 1 & 1 & -5 & -2 & \\ x=1 & \downarrow & \underline{1} & \underline{2} & \underline{-3} & \\ & 1 & 2 & -3 & -5 & = f(1) \\ \hline & 1 & 2 & -5 & -2 & \\ x=2 & \downarrow & \underline{2} & \underline{6} & \underline{2} & \\ & 1 & 3 & 1 & 0 & = f(2) \end{array}$$

$x^2 + 3x + 1 = 0$

oder über Polynomdivision:

$$\begin{array}{l} \left(x^3 + x^2 - 5x - 2\right) : (x-2) = x^2 + 3x + 1 \\ \underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)} \\ \quad 3x^2 - 5x \\ \quad \underline{-\left(3x^2 - 6x\right)} \\ \qquad x - 2 \\ \qquad \underline{-(x-2)} \end{array}$$

Lösung der quadratischen Gleichung:

$x^2 + 3x + 1 = 0$ mit p = 3 und q = 1 wird

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx -0{,}38 \\ x_2 = -\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx -2{,}62 \end{array} \right.$$

Die Achsenschnittpunkte:

$P_y(0|-2) \quad P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \,|\, 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \,|\, 0\right)$

c) Die Wertetabelle:

							P_y	
x	–3	–2,5	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5
f(x)	–5	1,13	4	4,38	3	0,63	–2	–4,13
	P_{min}		P_{x1}		P_{max}	P_{x2}	P_{x3}	
x	1	1,5	2	2,5	$-1,\overline{6}$	–0,38	–2,62	
f(x)	–5	–3,88	0	7,38	4,48	0	0	

$$\begin{array}{lccccl} & 1 & 1 & -5 & -2 & \\ x=-3 & \downarrow & \underline{-3} & \underline{6} & \underline{-3} & \\ & 1 & -2 & 1 & -5 & =f(-3) \\ \hline & 1 & 1 & -5 & -2 & \\ x=-2 & \downarrow & \underline{-2} & \underline{2} & \underline{6} & \\ & 1 & -1 & -3 & 4 & =f(-2) \\ \hline & 1 & 1 & -5 & -2 & \\ x=-1 & \downarrow & \underline{-1} & \underline{0} & \underline{5} & \\ & 1 & 0 & -5 & 3 & =f(-1) \end{array}$$

d)