Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Di 12.12.06**
SG16 D Gruppe A	**NAME:**		

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Parabel: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$

   a) Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
   b) Berechnen Sie den Scheitelpunkt und stellen Sie die Funktionsgleichung in der Scheitelpunktform dar.
   c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

E1:

a)

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{5}{2}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} = 0 \,|\cdot(-2) \quad \Leftrightarrow \quad x^2 - 4x - 5 = 0 \quad \Rightarrow p = -4 \quad q = -5$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 5 = 9 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = 2 + 3 = \underline{\underline{5}} \\ x_2 = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}} \end{array} \right. \qquad \underline{\underline{P_{x1}(5 \,|\, 0)}} \qquad \underline{\underline{P_{x2}(-1 \,|\, 0)}}$$

b)

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$$

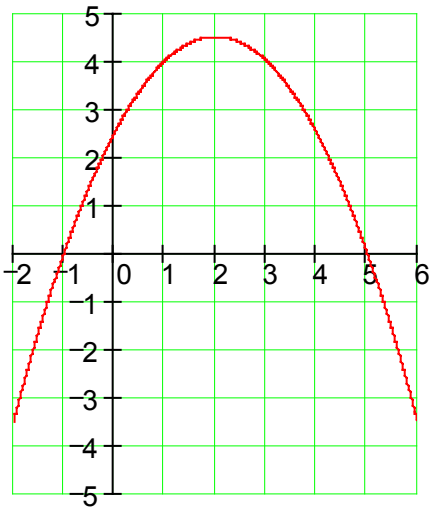
$$y_s = f(x_s) = f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + \frac{5}{2} = -2 + 4 + \frac{5}{2} = 2 + \frac{5}{2} = \frac{4}{2} + \frac{5}{2} = \underline{\underline{\frac{9}{2}}}$$

Scheitelpunktkoordinaten: $\underline{\underline{S\left(2 \,|\, \frac{9}{2}\right)}}$

Scheitelpunktform: $\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{9}{2}}}$

c)

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$$



(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

2. Gegeben sind die Funktionsgleichungen zweier Parabeln.
$f_1(x) = x^2 + 4x + 1$ und $f_2(x) = -x^2 - 4x + 1$

a) Bestimmen Sie die Scheitelpunktformen der Funktionsgleichungen und die Scheitelpunkte beider Parabeln.
b) Berechnen Sie die Schnittpunkte beider Parabeln.
c) Zeichnen Sie beide Parabeln in ein Koordinatensystem.
d) Wie groß ist der Abstand der Scheitelpunkte beider Parabeln voneinander? Begründen Sie Ihr Ergebnis durch Rechnung oder verbal.

E2:

a) $f_1(x) = x^2 + 4x + 1 \Leftrightarrow f_1(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 1$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{f_1(x) = (x+2)^2 - 3}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{S(-2|-3)}}$

$f_2(x) = -x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow f_2(x) = -1\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 1\right] \Leftrightarrow f_2(x) = -1\left[(x+2)^2 - 5\right]$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{f_2(x) = -(x+2)^2 + 5}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{S(-2|5)}}$

b) $f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = -x^2 - 4x + 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow 2x(x+4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = -4$

$y_1 = f_1(x_1) = f_1(0) = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(0|1)}}$

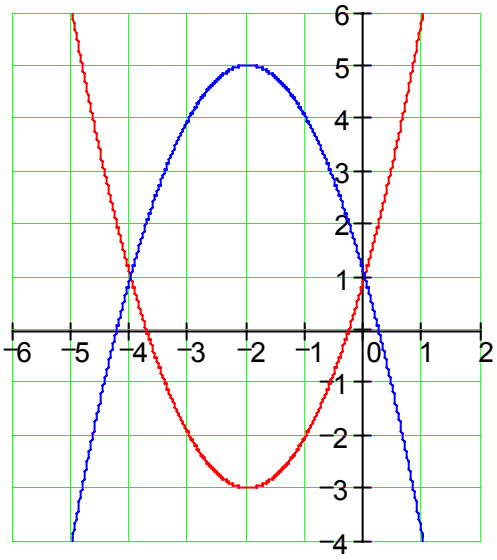
$y_2 = f_1(x_2) = f_1(-4) = (-4)^2 + 4\cdot(-4) + 1 = 16 - 16 + 1 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(-4|1)}}$

c)

$f_1(x) = x^2 + 4x + 1$

und

$f_2(x) = -x^2 - 4x + 1$



d) Beide Scheitelpunkte haben die gleiche x- Koordinate (x = -2). Der Abstand lässt sich aus der absoluten Differenz der y- Koordinaten berechnen.
Abstand = 5 + |-3| = 5 + 3 = 8 LE

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

3. Der Benzinverbrauch eines PKW in Liter/100 km in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v in km/h lässt sich durch folgende Funktion beschreiben:

$$b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 8 \text{ für } v > 40$$

a) Berechnen Sie den Verbrauch bei einer Geschwindigkeit von 140 km/h.
b) Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Verbrauch genau 8 Liter auf 100 km?
c) Bei welcher Geschwindigkeit ist der Kraftstoffverbrauch am geringsten? Wie hoch ist er genau?
Hinweis: Die Funktionsgleichung b(v) ist die Gleichung einer nach oben geöffneten Parabel.
Schreiben Sie zu jedem Ergebnis einen Antwortsatz..

E3:

a) $b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 8 \text{ für } v > 40$

$b(140) = 0{,}0005 \cdot 140^2 - 0{,}05 \cdot 140 + 8 = \underline{\underline{10{,}8}}$

Bei einer Geschwindigkeit von 140 km/h beträgt der Benzinverbrauch 10,8 Liter auf 100 km.

b) $b(v) = 8 \Leftrightarrow 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 8 = 8 \,|-8$

$\Leftrightarrow 0{,}0005v^2 - 0{,}05v = 0 \Leftrightarrow v(0{,}0005v - 0{,}05) = 0 \Rightarrow v_1 = 0 < 40$ scheidet aus

$0{,}0005v - 0{,}05 = 0 \,|+0{,}05 \Leftrightarrow 0{,}0005v = 0{,}05 \,|:0{,}0005 \Leftrightarrow \underline{\underline{v_2 = \frac{0{,}05}{0{,}0005} = 100}}$

Bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h beträgt der Benzinverbrauch 8 Liter auf 100 km.

c) Beim Graphen von b(v) handelt es sich um eine nach oben geöffnete Parabel . Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt der Parabel. Das entspricht dem niedrigsten Kraftstoffverbrauch.

$b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 8 = 0{,}0005\left[v^2 - 100v + 50^2 - 50^2 + 16000\right]$

$b(v) = 0{,}0005\left[(v-50)^2 - 50^2 + 16000\right] = 0{,}0005\left[(v-50)^2 + 13500\right]$

$b(v) = 0{,}0005(v-50)^2 + 6{,}75 \Rightarrow \underline{\underline{S(50 \,|\, 6{,}75)}}$

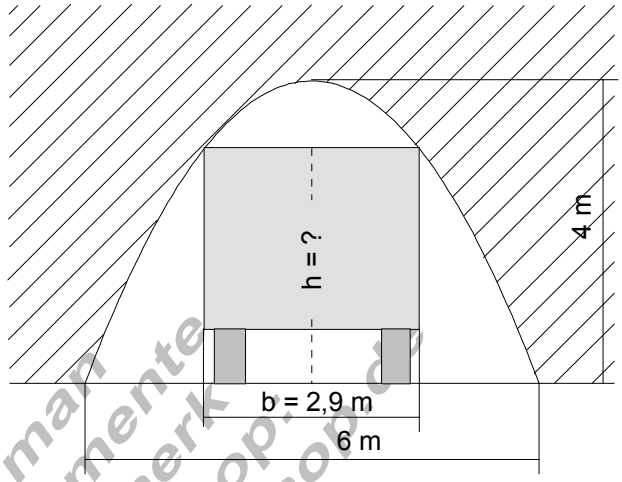
Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h ist der Kraftstoffverbrauch am geringsten. Er beträgt 6,75 Liter auf 100 km.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

4. Eine Toreinfahrt ist 6 m breit und 4 m hoch.
Sie hat die Form einer Parabel.

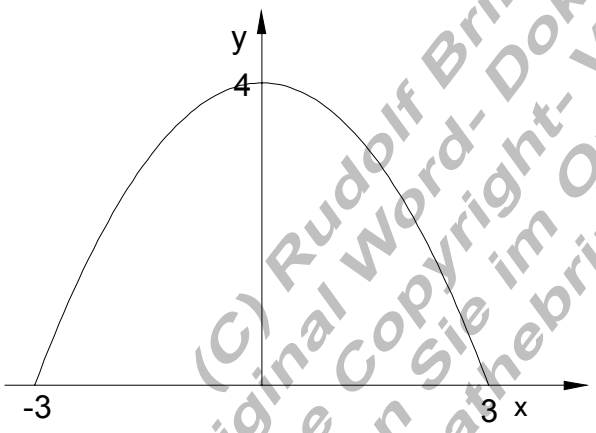
a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung indem Sie die y – Achse als Symmetrieachse wählen.

b) Ein LKW ist 2,90 m breit. Welche Höhe darf er maximal haben, damit er mittig durch die Toreinfahrt passt?



E4:

a)



Aus nebenstehender Zeichnung wird die Funktionsgleichung bestimmt:

$$f(x) = a_2x^2 + 4$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2 \cdot 9 + 4 = 0$$

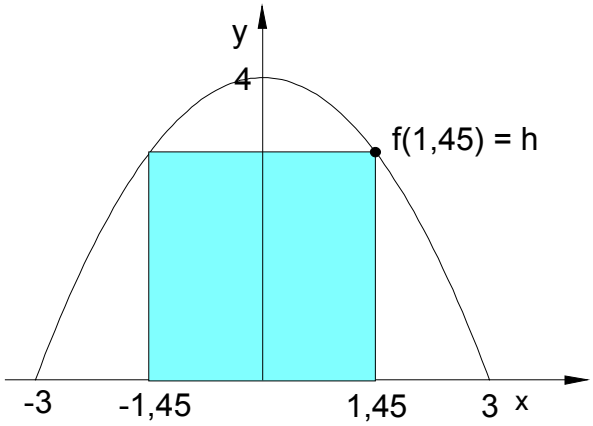
$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{4}{9} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-\frac{4}{9}x^2 + 4}}$$

b) Der Lkw ist 2,90 m breit.
Zu berechnen ist die Höhe für den x – Wert 1,45.

$$f(x) = -\frac{4}{9}x^2 + 4$$

$$f(1{,}45) = -\frac{4}{9}(1{,}45)^2 + 4 \approx \underline{\underline{3{,}066}}$$

Der Lkw darf eine maximale Höhe von 3,066 m haben, damit er gerade noch durch die Toreinfahrt passt.



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Di 12.12.06**
SG16 D Gruppe B	**NAME:**		

1. Gegeben ist die Funktionsgleichung einer Parabel: $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2}$

   a) Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
   b) Berechnen Sie den Scheitelpunkt und stellen Sie die Funktionsgleichung in der Scheitelpunktform dar.
   c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

E1:

a)

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{5}{2}\right)}}$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2}=0\,|\cdot 2 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-4x-5=0 \quad \Rightarrow p=-4 \quad q=-5$$

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4+5=9=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1=2+3=\underline{\underline{5}} \\ x_2=2-3=\underline{\underline{-1}} \end{array}\right. \quad \underline{\underline{P_{x1}(5\,|\,0)}} \quad \underline{\underline{P_{x2}(-1\,|\,0)}}$$

b)

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{5+(-1)}{2}=\frac{5-1}{2}=\frac{4}{2}=\underline{\underline{2}}$$

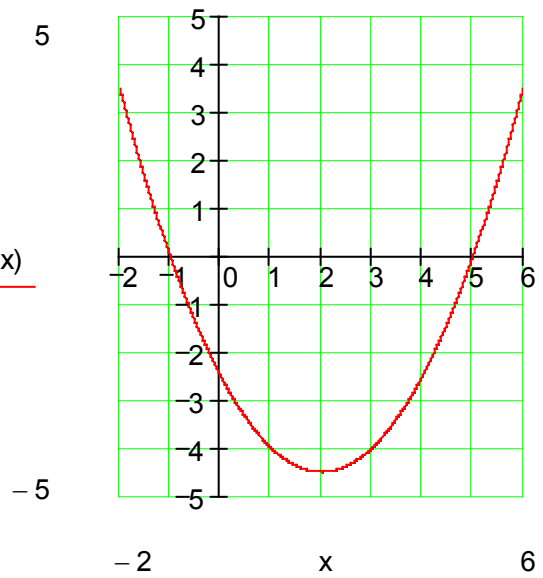
$$y_s=f(x_s)=f(2)=\frac{1}{2}\cdot 2^2-2\cdot 2-\frac{5}{2}=2-4-\frac{5}{2}=-2-\frac{5}{2}=-\frac{4}{2}-\frac{5}{2}=\underline{\underline{-\frac{9}{2}}}$$

Scheitelpunktkoordinaten: $\underline{\underline{S\left(2\,|\,-\frac{9}{2}\right)}}$

Scheitelpunktform: $\underline{\underline{f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2-\frac{9}{2}}}$

c)

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x-\frac{5}{2}$$



(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

2. Gegeben sind die Funktionsgleichungen zweier Parabeln.
$f_1(x) = -x^2 - 4x - 1$ und $f_2(x) = x^2 + 4x - 1$

a) Bestimmen Sie die Scheitelpunktformen der Funktionsgleichungen und die Scheitelpunkte beider Parabeln.
b) Berechnen Sie die Schnittpunkte beider Parabeln.
c) Zeichnen Sie beide Parabeln in ein Koordinatensystem.
d) Wie groß ist der Abstand der Scheitelpunkte beider Parabeln voneinander? Begründen Sie Ihr Ergebnis durch Rechnung oder verbal.

E2:

a) $f_1(x) = -x^2 - 4x - 1 \Leftrightarrow f_1(x) = -1\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 1\right] \Leftrightarrow f_1(x) = -1\left[(x+2)^2 - 3\right]$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{f_1(x) = -(x+2)^2 + 3}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{S(-2\,|\,3)}}$

$f_2(x) = x^2 + 4x - 1 \Leftrightarrow f_2(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 1$

$\Leftrightarrow \underline{\underline{f_2(x) = (x+2)^2 - 5}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{S(-2\,|\,-5)}}$

b) $f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x^2 - 4x - 1 = x^2 + 4x - 1$

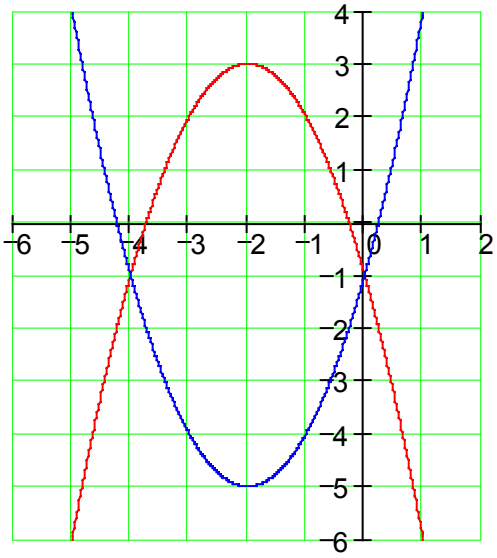
$\Leftrightarrow -2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow -2x(x+4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = -4$

$y_1 = f_2(x_1) = f_2(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(0\,|\,-1)}}$

$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-4) = (-4)^2 + 4\cdot(-4) - 1 = 16 - 16 - 1 = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(-4\,|\,-1)}}$

c)

$f_1(x) = -x^2 - 4x - 1$
und
$f_2(x) = x^2 + 4x - 1$



d) Beide Scheitelpunkte haben die gleiche x- Koordinate (x = -2). Der Abstand lässt sich aus der absoluten Differenz der y- Koordinaten berechnen.
Abstand = 3 + |-5| = 3 + 5 = 8 LE

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

3. Der Benzinverbrauch eines PKW in Liter/100 km in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v in km/h lässt sich durch folgende Funktion beschreiben:

$$b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 6 \text{ für } v > 40$$

a) Berechnen Sie den Verbrauch bei einer Geschwindigkeit von 120 km/h.
b) Bei welcher Geschwindigkeit beträgt der Verbrauch genau 6 Liter auf 100 km?
c) Bei welcher Geschwindigkeit ist der Kraftstoffverbrauch am geringsten? Wie hoch ist er genau?
Hinweis: Die Funktionsgleichung b(v) ist die Gleichung einer nach oben geöffneten Parabel.
Schreiben Sie zu jedem Ergebnis einen Antwortsatz..

E3:

a) $b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 6 \text{ für } v > 40$

$b(120) = 0{,}0005 \cdot 120^2 - 0{,}05 \cdot 120 + 6 = \underline{\underline{7{,}2}}$

Bei einer Geschwindigkeit von 120 km/h beträgt der Benzinverbrauch 7,2 Liter auf 100 km.

b) $b(v) = 6 \Leftrightarrow 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 6 = 6 \,|-6$

$\Leftrightarrow 0{,}0005v^2 - 0{,}05v = 0 \Leftrightarrow v(0{,}0005v - 0{,}05) = 0 \Rightarrow v_1 = 0 < 40$ scheidet aus

$0{,}0005v - 0{,}05 = 0 \,|+0{,}05 \Leftrightarrow 0{,}0005v = 0{,}05 \,|:0{,}0005 \Leftrightarrow \underline{\underline{v_2 = \frac{0{,}05}{0{,}0005} = 100}}$

Bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h beträgt der Benzinverbrauch 6 Liter auf 100 km.

c) Beim Graphen von b(v) handelt es sich um eine nach oben geöffnete Parabel . Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt der Parabel. Das entspricht dem niedrigsten Kraftstoffverbrauch.

$b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 6 = 0{,}0005\left[v^2 - 100v + 50^2 - 50^2 + 12000\right]$

$b(v) = 0{,}0005\left[(v-50)^2 - 50^2 + 12000\right] = 0{,}0005\left[(v-50)^2 + 9500\right]$

$b(v) = 0{,}0005(v-50)^2 + 4{,}75 \Rightarrow \underline{\underline{S(50 \,|\, 4{,}75)}}$

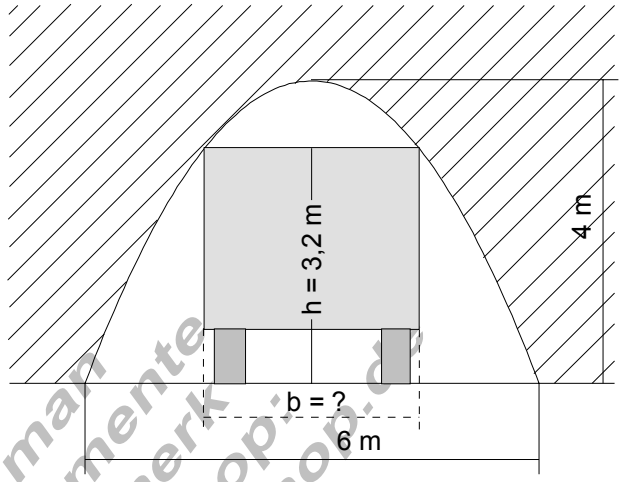
Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h ist der Kraftstoffverbrauch am geringsten. Er beträgt 4,75 Liter auf 100 km.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

4. Eine Toreinfahrt ist 6 m breit und 4 m hoch.
Sie hat die Form einer Parabel.

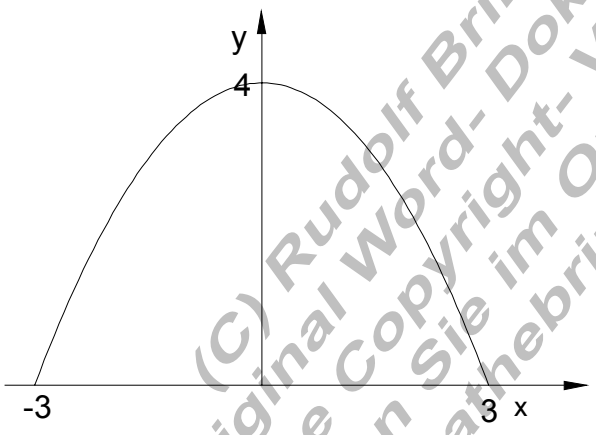
a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung indem Sie die y – Achse als Symmetrieachse wählen.

b) Ein LKW ist 3,2 m hoch.
Wie breit darf er maximal sein, damit er mittig durch die Toreinfahrt passt?



E4:

a)



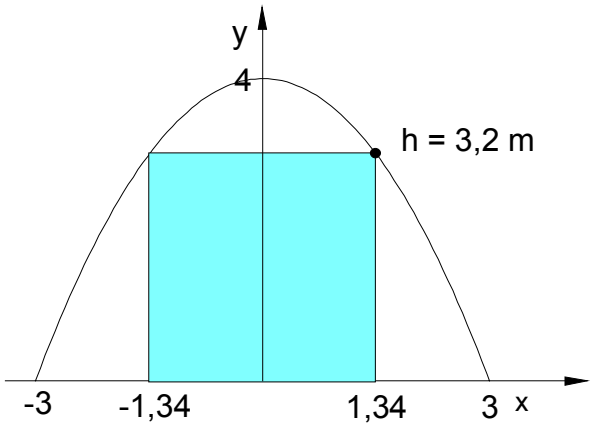
Aus nebenstehender Zeichnung wird die Funktionsgleichung bestimmt:

$$f(x) = a_2x^2 + 4$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2 \cdot 9 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{4}{9} \Rightarrow f(x) = -\frac{4}{9}x^2 + 4$$

b) Der Lkw ist 3,20 m hoch.
Zu berechnen sind die x- Werte, deren Funktionswert 3,2 ist.



$$f(x) = -\frac{4}{9}x^2 + 4$$

$$f(x) = 3,2 \Leftrightarrow -\frac{4}{9}x^2 + 4 = 3,2 \,|-4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{9}x^2 = -0,8 = -\frac{4}{5} \,|:\left(-\frac{4}{9}\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{5} \,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{\frac{9}{5}}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{\frac{9}{5}} \approx \pm 1,34$$

Der Lkw darf eine maximale Breite von 2,68 m haben, damit er gerade noch durch die Toreinfahrt passt.

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de