Klassenarbeit SG14/24D	**Mathematik NAME:**	**Bearbeitungszeit 135 min.**	**Mi 16.3.05**

zu 1 a)

Die Achsenschnittpunkte von: $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2}$

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$$f(0) = \frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{5}{2}\right)}}$$

Schnittpunkte mit der x – Achse (Nullstellen):

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{2} \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4\,;\, q = -5 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 5 = 9$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} x_1 = 2 + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5 \\ x_2 = 2 - \sqrt{9} = 2 - 3 = -1 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} \underline{\underline{P_{x1}(5 \mid 0)}} \\ \underline{\underline{P_{x2}(-1 \mid 0)}} \end{matrix}$$

6 Punkte

zu 1 b)

Scheitelpunktbestimmung:

1. Verfahren über die Nullstellen:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{5 + (-1)}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$y_s = f(x_s) = f(2) = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{S\left(2 \mid \frac{9}{2}\right)}}$$

Funktionsgleichung:

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{9}{2}}}$$

Scheitelpunktbestimmung:

2. Verfahren durch quadratische Ergänzung:

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 - 4x - 5\right] = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 - 4x + 2^2}_{\text{2. binomische Formel}} - 2^2 - 5\right]$$

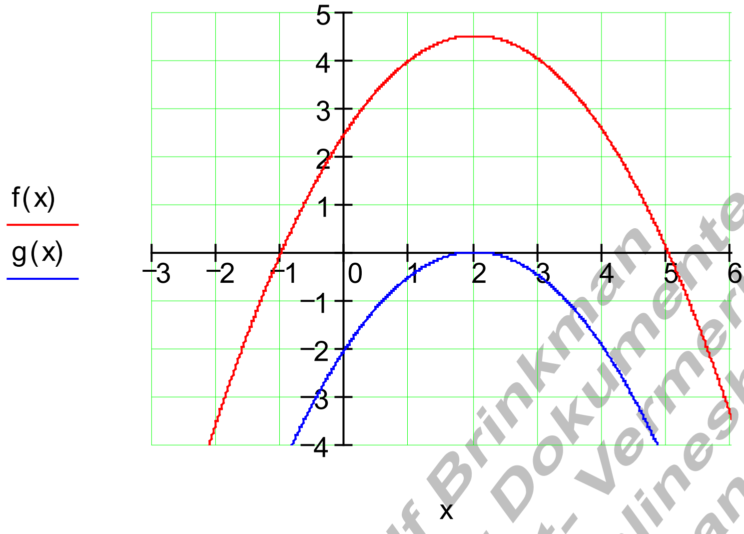
$$= -\frac{1}{2}\left[(x-2)^2 - 9\right] = \underline{\underline{-\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{9}{2}}}$$

4 Punkte

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word - Dokumente
ohne Copyright - Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

zu 1 c)

$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot(x-2)^2 + 4.5 \qquad g(x) := \frac{-1}{2}\cdot(x-2)^2$



4 Punkte

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

zu 1 d)

f(x) entsteht aus der Normalparabel durch folgende Umformungen:

--- Spiegelung an der x – Achse: $x^2 \mapsto -x^2$

--- StauchungmitdemFormfaktor $\frac{1}{2}$: $-x^2 \mapsto -\frac{1}{2}x^2$

--- Verschiebung um $\frac{9}{2}$ LE nach oben: $-\frac{1}{2}x^2 \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$

--- Verschiebung um 2 LE nach rechts: $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2} \mapsto -\frac{1}{2}(x-2)^2 + \frac{9}{2} = f(x)$

4 Punkte

zu 1 e)

Wird der Graph von f(x) um $\frac{9}{2}$ LE nach unten verschoben,

so schieben sich beide Nullstellen zu einer doppelten Nullstelle,

dem Berührungspunkt $P_{x1/2}(2|0)$ zusammen.

Die Funktionsgleichung für f * (x) lautet:

$$f^*(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

4 Punkte

zu 2

$f(x)=a_2x^2-x+2$ $f(x)=0$ $\Leftrightarrow a_2x^2-x+2=0$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{a_2}x+\frac{2}{a_2}=0$ $\Rightarrow p=-\frac{1}{a_2};q=\frac{2}{a_2}$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{1}{2a_2}\right)^2-\frac{2}{a_2}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{4a_2^2}-\frac{2}{a_2}$	doppelte Nullstelle falls D = 0 $\frac{1}{4a_2^2}-\frac{2}{a_2}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}-2=0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}=2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{4}=2a_2 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_2=\frac{1}{8}}}$ **8 Punkte** zwei Nullstellen falls D > 0 $\frac{1}{4a_2^2}-\frac{2}{a_2}>0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}-2>0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}>2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{4}>2a_2 \Leftrightarrow \frac{1}{8}>a_2 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_2<\frac{1}{8}}}$ keine Nullstelle falls D < 0 $\frac{1}{4a_2^2}-\frac{2}{a_2}<0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}-2<0 \Leftrightarrow \frac{1}{4a_2}<2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{4}<2a_2 \Leftrightarrow \frac{1}{8}<a_2 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_2>\frac{1}{8}}}$

zu 3

a)	$b(v)=0{,}0005v^2-0{,}05v+7;(v>40)$ $v=140 \Rightarrow b(140)=0{,}0005\cdot(140)^2-0{,}05\cdot140+7=\underline{\underline{9{,}8}}$ **2 Punkte** Bei einer Geschwindigkeit von 140 km/h beträgt der Benzinverbrauch 9,8 Liter auf 100 km.

b)	$b(v)=7 \Leftrightarrow 0{,}0005v^2-0{,}05v+7=7$ $\Leftrightarrow 0{,}0005v^2-0{,}05v=0 \Leftrightarrow v(0{,}0005v-0{,}05)=0$ $\Rightarrow v_1=0$ scheidet aus wegen $v>40$ $0{,}0005v-0{,}05=0 \Leftrightarrow v_2=\frac{0{,}05}{0{,}0005}=\underline{\underline{100}}$ **4 Punkte** Bei einer Geschwindigkeit von 100 km/h beträgt der Benzinverbrauch genau 7 Liter auf 100 km.

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

c) Da es sich bei b(v) um eine nach oben geöffnete Parabel handelt, ist der Scheitelpunkt ein Minimum.

Ansatz über Nullstellen aus b)

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0 + 100}{2} = 50$$

$$y_s = b(50) = 0{,}0005 \cdot (50)^2 - 0{,}05 \cdot 50 + 7 = \underline{\underline{5{,}75}}$$

Ansatz über quadratische Ergänzung.

$$b(v) = 0{,}0005v^2 - 0{,}05v + 7 = 0{,}0005\left[v^2 - 100v + 14000\right]$$

$$= 0{,}0005\left[\underbrace{v^2 - 100v + 50^2}_{\text{2. bin. Formel}} - 50^2 + 14000\right]$$

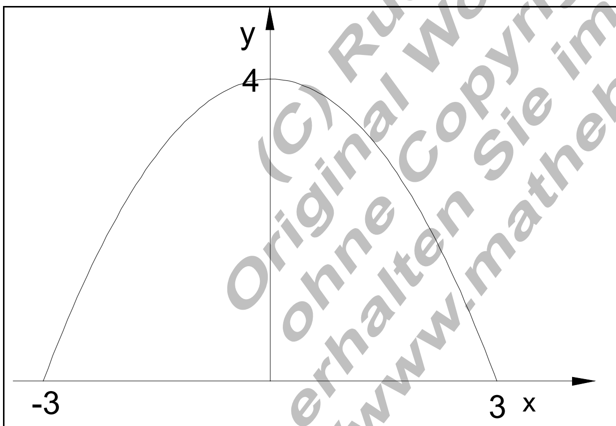
4 Punkte

$$= 0{,}0005\left[(v-50)^2 - 50^2 + 14000\right] = 0{,}0005(v-50)^2 + 5{,}75 \ \text{(Scheitelpunktform)}$$

Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h ist der Verbrauch am geringsten.
Er beträgt genau 5,75 Liter auf 100 km.

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

Zu 4



a) Aus nebenstehender Zeichnung wird die Funktionsgleichung bestimmt:

$$f(x) = a_2x^2 + 4$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow a_2 \cdot 9 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{4}{9} \Rightarrow f(x) = \underline{\underline{-\frac{4}{9}x^2 + 4}}$$

4 Punkte

b) Der Lkw ist 2,90 m breit.
Zu berechnen ist die Höhe für den x – Wert 1,45

$$f(x) = -\frac{4}{9}x^2 + 4$$

6 Punkte

$$f(1{,}45) = -\frac{4}{9}(1{,}45)^2 + 4 \approx \underline{\underline{3{,}07}}$$

Der Lkw darf eine maximale Höhe von 3,07 m haben, damit er gerade noch durch die Toreinfahrt passt.