

**Klassenarbeit
SG14/24D****Mathematik
NAME:****Bearbeitungszeit 180 min.****Mi 8.12.04**

1. Bei der Bearbeitung folgender Aufgaben rechnen Sie mit Brüchen.

a) Eine Gerade hat die Steigung $a_1 = \frac{2}{3}$ und verläuft durch den Punkt $P(5 | 4)$.

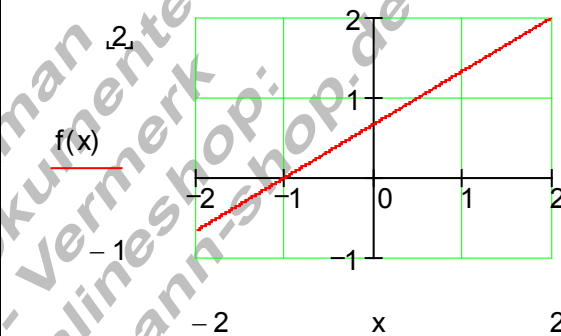
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und mit Hilfe einer Zeichnung.

Zu 1 a)

$$a_1 = \frac{2}{3}; P(5 | 4) \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P(5 | 4): f(5) = \frac{2}{3} \cdot 5 + a_0 = 4 \Rightarrow$$

$$a_0 = 4 - \frac{10}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

3P**2P**

b) Eine Gerade verläuft durch die Punkte $P_1(-6 | 8)$ und $P_2(6 | -1)$.

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung rechnerisch und mit Hilfe einer Zeichnung.

Zu 1 b)

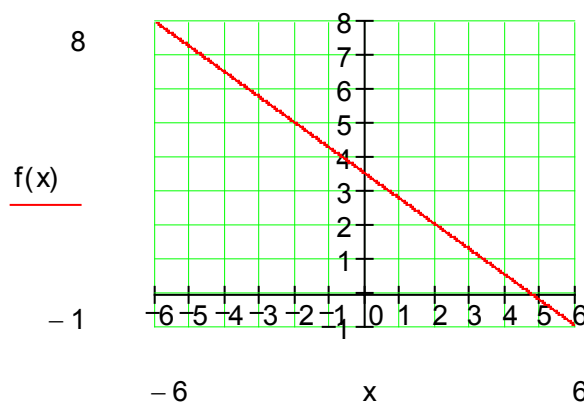
$$P_1(-6 | 8); P_2(6 | -1); f(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 8}{6 - (-6)} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

$$P_2(6 | -1): f(6) = -\frac{3}{4} \cdot 6 + a_0 = -1$$

$$\Rightarrow a_0 = \frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}}}$$

3P**2P**

c) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte von $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$ rechnerisch.

Zu 1 c)

$$g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{7}{2}\right)}}$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = \frac{7}{2} \Rightarrow x = \frac{14}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{14}{3} \mid 0\right)}}$$

2P

- d) Bestimmen Sie den Schnittpunkt von $f(x) = \frac{2}{3}(x+1)$ und $g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$ rechnerisch und zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem.

Zu 1 d)

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}; g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x = \frac{7}{2} - \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{12}x + \frac{9}{12}x = \frac{21}{6} - \frac{4}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{17}{12}x = \frac{17}{6}$$

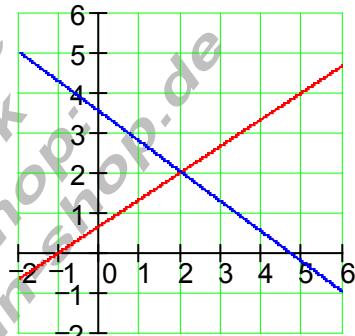
$$\Leftrightarrow x = \frac{17}{6} \cdot \frac{12}{17} = \frac{12}{6} = 2$$

$$f(2) = \frac{2}{3} \cdot 2 + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|2)}}$$

2P

$$f(x) := \frac{2}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \quad g(x) := -\frac{3}{4} \cdot x + \frac{7}{2}$$



x

1P

- e) Nebenstehende Abbildung zeigt die Graphen zweier sich schneidenden Geraden.

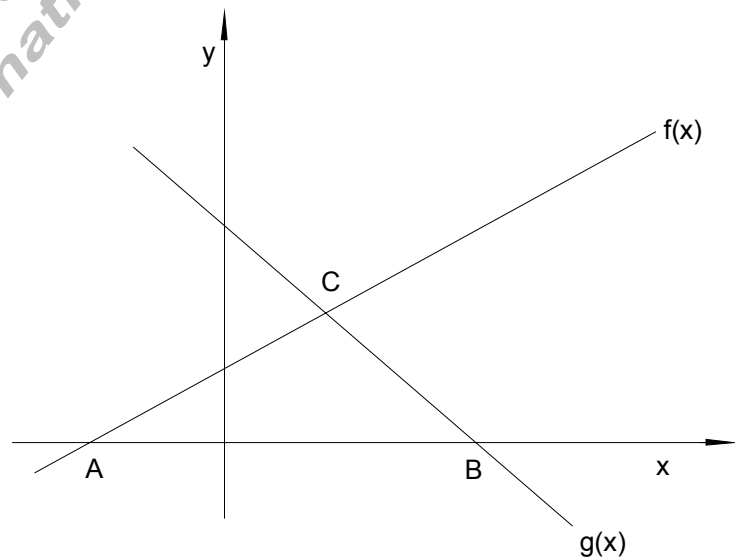
Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks ABC, wenn gilt:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$g(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$$

Dreiecksfläche:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



Zu 1 e)

$$\text{aus 1 c} \Rightarrow P_{xg} \left(\frac{14}{3} \mid 0 \right) \Rightarrow B \left(\frac{14}{3} \mid 0 \right)$$

$$\text{aus 1 d} \Rightarrow S(2 \mid 2) \Rightarrow C(2 \mid 2)$$

Für Punkt A benötigen wir die Nullstelle von $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow A(-1 \mid 0)$$

$$\text{Dreiecksfläche: } A = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$\text{mit } g = |-1| + \frac{14}{3} = \frac{17}{3} \text{ und } h = 2$$

$$A = \frac{\frac{17}{3} \cdot 2}{2} = \frac{17}{3} \text{ FE} = \underline{\underline{5,6 \text{ FE}}}$$

5P

2. Ein Ökokühlschrank kostet 450 € und verursacht 12,50 € Energiekosten im Monat. Ein preiswertes Gerät hingegen kostet nur 250 €, verursacht aber monatlich die doppelten Energiekosten.

a) Stellen Sie für beide Geräte eine Kostenfunktionsgleichung auf.

Zu 2 a)

$$\text{Ökokühlschrank: } K_1(x) = 12,5x + 450$$

$$\text{Billigeres Gerät: } K_2(x) = 25x + 250$$

5P

b) Nach wie viel Monaten macht sich die Anschaffung des Ökokühlschranks bezahlt?

Zu 2 b)

x – Koordinate vom Schnittpunkt:

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 25x + 250 = 12,5x + 450$$

$$\Leftrightarrow 12,5x = 200 \Leftrightarrow x = \frac{200}{12,5} = \underline{\underline{16}}$$

Schon nach 16 Monaten hat sich der Ökokühlschrank bezahlt gemacht.

2P

c) Wie hoch sind die Kosten bei Kostengleichheit?

Stellen Sie den Sachverhalt in einem geeigneten Koordinatensystem dar.

Zu 2 c)

Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden, also bei $x = 16$

Die entstandenen Kosten betragen:

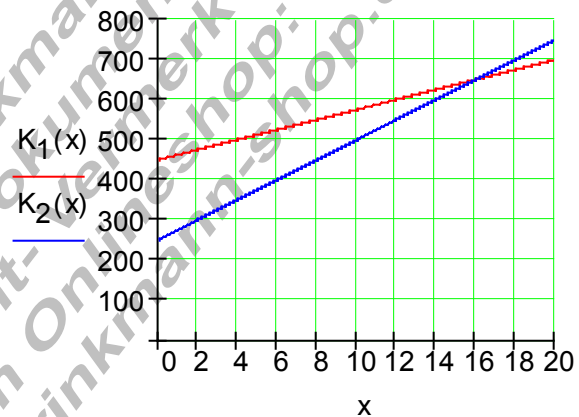
$$K_2(16) = 25 \cdot 16 + 250 = 650$$

$$\Rightarrow S(16 | 650)$$

Nach 16 Monaten sind für beide Geräte Kosten in Höhe von 650 € angefallen.

Ab diesem Zeitpunkt wird der Ökokühlschrank billiger.

$$K_1(x) := 12.5x + 450 \quad K_2(x) := 25x + 250$$



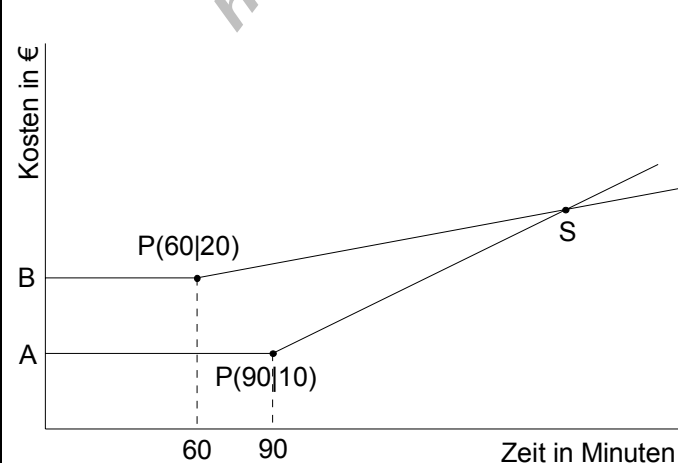
3P

3. Für Sie und Ihre kleine Schwester stehen zwei Handy – Verträge zur Auswahl:
 Vertrag A: 10 € Grundgebühren, 90 Minuten frei, jede weitere Minute 10 Ct.
 Vertrag B: 20 € Grundgebühren, 60 Minuten frei, jede weitere Minute 5 Ct.
 Sie benutzen Ihr Handy etwa 7 Stunden im Monat. Ihre kleine Schwester hingegen nur etwa 3 Stunden. (Fertigen Sie eine Skizze an)

a) Welchen Vertrag nehmen Sie, welcher ist für Ihre Schwester der günstigere?

Zu 3a)

Skizze:



$$A \quad P(90 | 10); a_1 = 0,1$$

$$\Rightarrow A(x) = 0,1x + a_0$$

$$P(90 | 10): A(90) = 0,1 \cdot 90 + a_0 = 10$$

$$\Rightarrow a_0 = 10 - 9 = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A(x) = 0,1x + 1}}$$

$$B \quad P(60 | 20); a_1 = 0,05$$

$$\Rightarrow B(x) = 0,05x + a_0$$

$$P(60 | 20): B(60) = 0,05 \cdot 60 + a_0 = 20$$

$$\Rightarrow a_0 = 20 - 3 = 17$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{B(x) = 0,05x + 17}}$$

$$A(x) = 0,1x + 1; B(x) = 0,05x + 17$$

$$7h = 420 \text{ min} \Rightarrow A(420) = 0,1 \cdot 420 + 1 = 43$$

$$B(420) = 0,05 \cdot 420 + 17 = 21 + 17 = \underline{\underline{38}}$$

$$3h = 180 \text{ min} \Rightarrow A(180) = 0,1 \cdot 180 + 1 = \underline{\underline{19}}$$

$$B(180) = 0,05 \cdot 180 + 17 = 9 + 17 = 26$$

Für eine Benutzungsdauer von 7 Stunden ist Vertrag **B** der günstigste.
Es entstehen Kosten in Höhe von 38 € gegenüber 43 €.

Für eine Benutzungsdauer von 3 Stunden ist Vertrag **A** der günstigste.
Es entstehen Kosten in Höhe von 19 € gegenüber 26 €.

10P

- b) Für welche Benutzungsdauer entsteht Kostengleichheit, wie hoch sind da die Kosten?

Zu 3 b)

$$\text{Kostengleichheit für } A(x) = B(x)$$

$$\Leftrightarrow 0,1x + 1 = 0,05x + 17 \Leftrightarrow 0,05x = 16 \Leftrightarrow x = 320$$

$$A(320) = 0,1 \cdot 320 + 1 = 33$$

$$B(320) = 0,05 \cdot 320 + 17 = 33 \Rightarrow \underline{\underline{S(320 | 33)}}$$

Kostengleichheit bei einer Benutzungsdauer von 320 Minuten.

Die Kosten betragen dann in beiden Fällen 33 €

4P

c) Stellen Sie den Sachverhalt [Aufg. 3a), b)] farblich in einem Koordinatensystem dar und kommentieren Sie die Ergebnisse in dem Koordinatensystem.

