Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Mo 19.03.12**
SG10D Gruppe A	**NAME: Lösungen**		

Hilfsmittel: Taschenrechner.
Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.
Rechnen Sie wo nötig mit Brüchen.

1.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^{x}$ Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

A1 Ausführliche Lösung

$f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^{x}$

$P_y(0 \mid y_s)$

$\Rightarrow y_s = f(0) = e^0 - 4 \cdot e^0$

$= 1 - 4 \cdot 1$

$= -3$

$\Rightarrow P_y(0 \mid -3)$

$P_x(x_s \mid 0)$

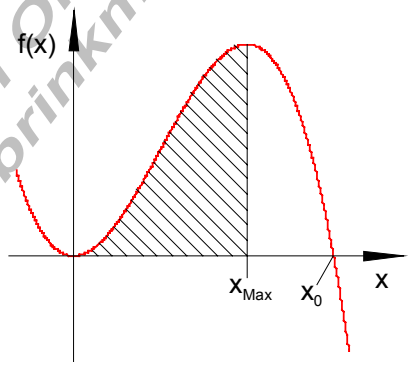
$f(x) = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - 4 \cdot e^{x} \mid +4 \cdot e^{x}$

$\Leftrightarrow e^{2x} = 4 \cdot e^{x} \mid \ln(\ )$

$\Leftrightarrow \ln(e^{2x}) = \ln(4 \cdot e^{x})$

$\Leftrightarrow 2x = \ln(4) + x \mid -x$

$\Leftrightarrow x = x_s = \ln(4) \Rightarrow P_x(\ln(4) \mid 0)$

2.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2$ Die Nullstellen und die Extrempunkte sind bekannt: $P_{x1/2}(0 \mid 0)$; $P_{x3}(6 \mid 0)$ $P_{Min}(0 \mid 0)$; $P_{Max}(4 \mid 8)$ Berechnen Sie die gekennzeichnete Fläche.	

A2 Ausführliche Lösung

$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \qquad A = \left| \int_0^4 f(x)\,dx \right|$

$$\int_0^4 f(x)\,dx = \int_0^4 \left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left[-\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{2}x^3 \right]_0^4 = -16 + 32 = 16$$

$A = 16\,FE$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

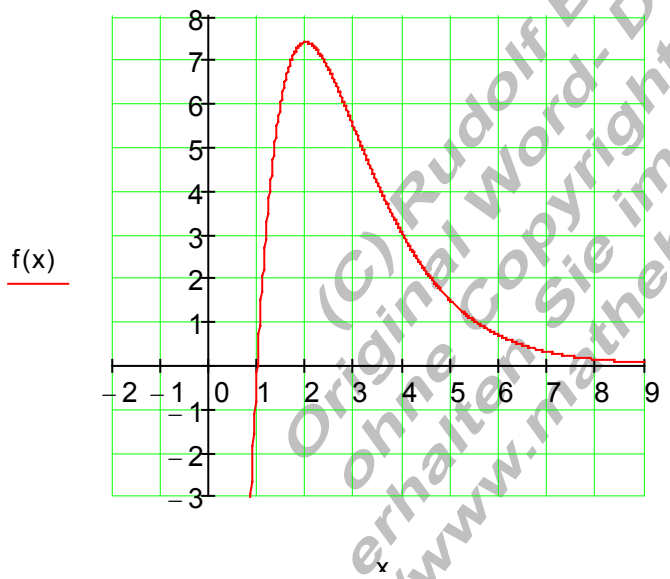
3.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x-1)\cdot e^{4-x}$
a)	Übertragen Sie die Wertetabelle in Ihr Heft, berechnen Sie die fehlenden Werte und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

x	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3
f(x)	−6,45			6,09	7,12			
x	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
f(x)		3		1,47		0,68		

b)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
c)	Berechnen Sie die Stelle(n) mit waagerechter Tangente.

A3a Ausführliche Lösung

x	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3
f(x)	−6,45	0	3,91	6,09	7,12	7,39	6,72	5,44
x	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
f(x)	4,12	3	2,12	1,47	1,00	0,68	0,45	0,3



(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

A3b Ausführliche Lösung

$f(x) = (x-1)\cdot e^{4-x}$

$P_y: f(0) = (0-1)e^{4-0} = -1e^4 \approx -54{,}598 \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -1e^4 \approx -54{,}598\right)}}$

$P_x: f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)\cdot e^{4-x} = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1 \mid 0)}}$

A3c	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(x-1)e^{4-x}$
	$f'(x)=u'v+uv'$ mit $u=x-1\Rightarrow u'=1$
	und mit $v=e^{4-x}\Rightarrow v'=-e^{4-x}$
	$f'(x)=1\cdot e^{4-x}+(x-1)\cdot\left(-e^{4-x}\right)=(2-x)\cdot e^{4-x}$
	$f'(x)=0\Leftrightarrow(2-x)\cdot e^{4-x}=0\Rightarrow \underline{\underline{x_E=2}}$ (Extremstelle)

4.	
	Gegeben ist die Funktion $f(x)=(x+1)e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	Berechnen Sie mögliche Wendestellen.

A4	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(1+x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$ mit $u=1+x\Rightarrow u'=1$ und $v=e^{-\frac{1}{2}x+2}\Rightarrow v'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=1\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}+(1+x)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\right)=\left[1-\frac{1}{2}(1+x)\right]\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=\underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}}}$
	$f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=\frac{1}{2}\cdot(1-x)\Rightarrow u'=-\frac{1}{2}$ und $v=e^{-\frac{1}{2}x+2}\Rightarrow v'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$f''(x)=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}+\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\right)=\left[-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}(1-x)\right]\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$=\left(-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}x\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=\underline{\underline{\frac{1}{4}\cdot(x-3)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}}}$
	$f''(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{4}\cdot(x-3)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=0\Leftrightarrow\underline{\underline{x=3}}$
	x = 3 ist mögliche Wendestelle.

(C) Rudolf Brinkman Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

5.	Berechnen Sie das Integral $\int_{-2}^{2} 4 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx$

A5	Ausführliche Lösung

$$\int_{-2}^{2} 4 \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot x} dx = 4 \cdot \int_{-24}^{2} e^{-\frac{1}{4}\cdot x} dx \qquad \text{Mit } \int e^{k\cdot x} dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k\cdot x} \text{ und } k = -\frac{1}{4} \text{ gilt:}$$

$$4 \cdot \int_{-2}^{2} e^{-\frac{1}{4}\cdot x} dx = 4 \left(\frac{1}{-\frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot x} \right) \Bigg|_{-2}^{2} = 4 \left(-4 \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot x} \right) \Bigg|_{-2}^{2} = -16 \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot x} \Bigg|_{-2}^{2}$$

$$= -16 \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot 2} - \left(-16 \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot(-2)} \right) = -16 \cdot e^{-\frac{1}{2}} + 16 \cdot e^{\frac{1}{2}} \approx 16{,}675$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

Klassenarbeit	**Mathematik**	**Bearbeitungszeit 90 min.**	**Mo 19.03.12**
SG10D Gruppe B	**NAME: Lösungen**		

Hilfsmittel: Taschenrechner.
Alle Ergebnisse sind soweit möglich durch Rechnung zu begründen.
Rechnen Sie wo nötig mit Brüchen.

1.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = 4 \cdot e^x - e^{2x}$ Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.

A1 Ausführliche Lösung

$f(x) = 4 \cdot e^x - e^{2x}$

$P_y(0 \mid y_s)$

$\Rightarrow y_s = f(0) = 4 \cdot e^0 - e^0$

$= 4 \cdot 1 - 1$

$= 3$

$\Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

$P_x(x_s \mid 0)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot e^x - e^{2x} \mid +e^{2 \cdot x}$

$\Leftrightarrow 4 \cdot e^x = e^{2 \cdot x} \mid \ln(\ )$

$\Leftrightarrow \ln(4 \cdot e^x) = \ln(e^{2 \cdot x})$

$\Leftrightarrow \ln(4) + x = 2x \mid -x$

$\Leftrightarrow x = x_s = \ln(4) \Rightarrow P_x(\ln(4) \mid 0)$

2. Gegeben ist die Funktion

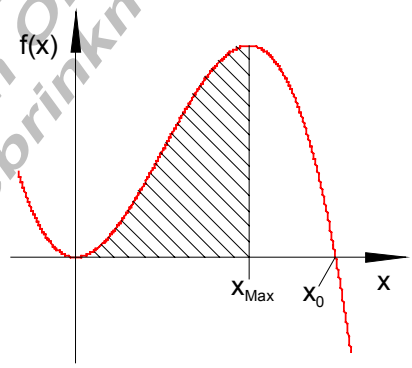
$$f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{2}x^2$$

Die Nullstellen und die Extrempunkte sind bekannt:

$P_{x1/2}(0 \mid 0)$; $P_{x3}(18 \mid 0)$

$P_{Min}(0 \mid 0)$; $P_{Max}(12 \mid 72)$

Berechnen Sie die gekennzeichnete Fläche.



A2 Ausführliche Lösung

$$f(x) = -\frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \qquad A = \left| \int_0^{12} f(x)\,dx \right|$$

$$\int_0^{12} f(x)\,dx = \int_0^{12} \left(-\frac{1}{12}x^3 + \frac{3}{2}x^2 \right) dx = \left[-\frac{1}{48}x^4 + \frac{1}{2}x^3 \right]_0^{12} = -432 + 864 = 432$$

$A = 432FE$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Online-Shop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

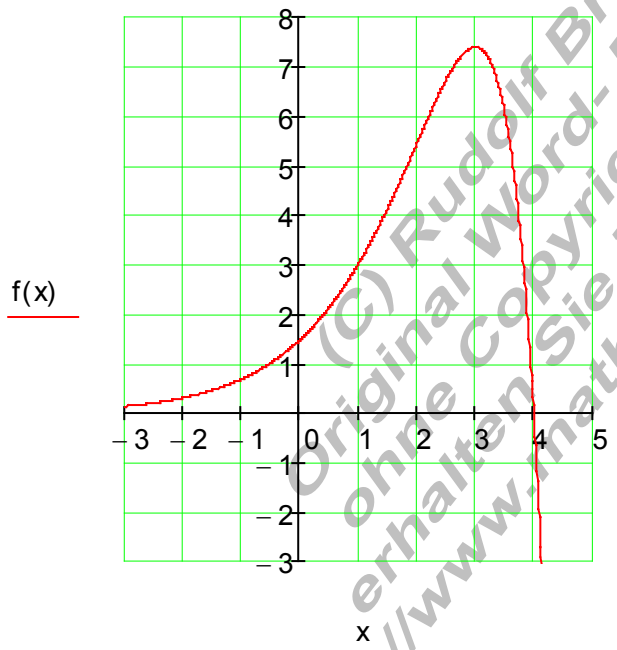
3.	Gegeben ist die Funktion $f(x) = (4-x)\cdot e^{x-1}$
a)	Übertragen Sie die Wertetabelle in Ihr Heft, berechnen Sie die fehlenden Werte und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5
f(x)		0,45		1		2,12		
x	2	2,5	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25
f(x)	5,44		7,39			3,91		

b)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
c)	Berechnen Sie die Stelle(n) mit waagerechter Tangente.

A3a Ausführliche Lösung

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5
f(x)	0,3	0,45	0,68	1	1,47	2,12	3	4,12
x	2	2,5	3	3,25	3,5	3,75	4	4,25
f(x)	5,44	6,72	7,39	7,12	6,09	3,91	0	−6,45



(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

A3b Ausführliche Lösung

$f(x) = (4-x)\cdot e^{x-1}$

$P_y : f(0) = (4-0)e^{0-1} = 4e^{-1} \approx 1{,}472 \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid 4e^{-1} \approx 1{,}472\right)}}$

$P_x : f(x) = 0 \Leftrightarrow (4-x)\cdot e^{x-1} = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$

A3c	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(4-x)e^{x-1}$
	$f'(x)=u'v+uv'$ mit $u=4-x \Rightarrow u'=-1$
	und mit $v=e^{x-1} \Rightarrow v'=e^{x-1}$
	$f'(x)=-1\cdot e^{x-1}+(4-x)\cdot e^{x-1}=(3-x)\cdot e^{x-1}$
	$f'(x)=0 \Leftrightarrow (3-x)\cdot e^{x-1}=0 \Rightarrow \underline{\underline{x_E=3}}$ (Extremstelle)

4.	
	Gegeben ist die Funktion $f(x)=(1-x)e^{\frac{1}{2}x-2}$
	Berechnen Sie mögliche Wendestellen.

A4	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(1-x)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}$ mit $u=1-x \Rightarrow u'=-1$ und $v=e^{\frac{1}{2}x-2} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}$
	$f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=-1\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}+(1-x)\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}\right)=\left[-1-\frac{1}{2}(1-x)\right]\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}$
	$=\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}=\underline{\underline{-\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}}}$
	$f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x \Rightarrow u'=-\frac{1}{2}$ und $v=e^{\frac{1}{2}x-2} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}$
	$f''(x)=-\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}+\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot\frac{1}{2}\left(e^{\frac{1}{2}x-2}\right)=\left[-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}x\right]\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}$
	$=\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}=\underline{\underline{-\frac{1}{4}\cdot(x+3)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}}}$
	$f''(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\cdot(x+3)\cdot e^{\frac{1}{2}x-2}=0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=-3}}$
	x = -3 ist mögliche Wendestelle.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie im Onlineshop: http://www.mathebrinkmann-shop.de

5.	Berechnen Sie das Integral $\int_{-1}^{1} \frac{1}{4} \cdot e^{-4x} dx$

A5	Ausführliche Lösung
	$\int_{-1}^{1} \frac{1}{4} \cdot e^{-4x} dx = \frac{1}{4} \cdot \int_{-1}^{1} e^{-4x} dx$ Mit $\int e^{k \cdot x}\, dx = \frac{1}{k} \cdot e^{k \cdot x}$ und $k = -4$ gilt:
	$\frac{1}{4} \cdot \int_{-1}^{1} e^{-4x} dx = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{-4} \cdot e^{-4x}\right)\Big\vert_{-1}^{1} = \frac{1}{4}\left(-\frac{1}{4} \cdot e^{-4 \cdot x}\right)\Big\vert_{-1}^{1} = -\frac{1}{16} \cdot e^{-4 \cdot x}\Big\vert_{-1}^{1}$
	$= -\frac{1}{16} \cdot e^{-4} - \left(-\frac{1}{16} \cdot e^{4}\right) = \frac{1}{16} \cdot e^{4} - \frac{1}{16} \cdot e^{-4} = \frac{1}{16}\left(e^{4} - e^{-4}\right) \approx 3{,}411$

(C) Rudolf Brinkman
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de

Leistungsbewertung				
Note	% der Gesamtpunktzahl	Aufgabe	Punkte	%
1+	97 - 100			
1	93 - 96	1	6	12
1-	89 - 92			
2+	85 - 88	2	8	16
2	80 - 84			
2-	75 - 79	3a	10	20
3+	70 - 74	3b	4	8
3	65 - 69	3c	5	10
3-	60 - 64			
4+	55 - 59	4	10	20
4	50 - 54			
4-	45 - 49	5	7	14
5+	39 - 44			
5	30 - 38			
5-	20 - 29			
6	0 - 19			
		Summe	50	100

Note	% der Gesamtpunktzahl	Aufgabe	Punkte	%
1^+	97 – 100	1	6	12
1	93 – 96			
1^-	89 – 92	2	8	16
2^+	85 – 88			
2	80 – 84	3a	10	20
2^-	75 – 79	3b	4	8
3^+	70 – 74	3c	5	10
3	65 – 69			
3^-	60 – 64	4	10	20
4^+	55 – 59			
4	50 – 54	5	7	14
4^-	45 – 49			
5^+	39 – 44			
5	30 – 38			
5^-	20 – 29			
6	0 – 19			
		Summe	50	100

(C) Rudolf Brinkman
Original Word- Dokumente
ohne copyright- Vermerk
erhalten Sie im Onlineshop:
http://www.mathebrinkmann-shop.de