

## Lösungen Relative Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit II

### Ausführliche Lösungen:

A1	<b>Aufgabe</b>
	Über die Zusammensetzung der Schülerschaft eines Gymnasiums ist bekannt: In der Sek. I befinden sich 340 Jungen und 320 Mädchen. In der Sek. II befinden sich 150 Jungen und 190 Mädchen.
	a) Stellen Sie eine Vierfeldtafel auf und berechnen Sie die relativen Häufigkeiten.
	b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter Schüler/in in der Sek. I?
c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person in der Sek. II und ein Mädchen?	

A1	<b>Ausführliche Lösungen</b>																																
	a)																																
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>J</th> <th>M</th> <th>Summe</th> <th></th> <th>J</th> <th>M</th> <th>Summe</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>SI</td> <td>340</td> <td>320</td> <td>660</td> <td>SI</td> <td>0,340</td> <td>0,320</td> <td>0,660</td> </tr> <tr> <td>SII</td> <td>150</td> <td>190</td> <td>340</td> <td>SII</td> <td>0,150</td> <td>0,190</td> <td>0,340</td> </tr> <tr> <td>Summe</td> <td>490</td> <td>510</td> <td>1000</td> <td>Summe</td> <td>0,490</td> <td>0,510</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>		J	M	Summe		J	M	Summe	SI	340	320	660	SI	0,340	0,320	0,660	SII	150	190	340	SII	0,150	0,190	0,340	Summe	490	510	1000	Summe	0,490	0,510	1
		J	M	Summe		J	M	Summe																									
	SI	340	320	660	SI	0,340	0,320	0,660																									
SII	150	190	340	SII	0,150	0,190	0,340																										
Summe	490	510	1000	Summe	0,490	0,510	1																										
b) $P(\text{Schüler/in ist in Sek I}) = 0,66$																																	
c) $P(\text{Schüler/in ist in Sek II und ein Mädchen}) = 0,19$																																	

A2	<b>Aufgabe</b>
	Gewinnwahrscheinlichkeit und Gewinnchancen.
	a) Bei einem Zufallsversuch sind die Chancen für einen Gewinn: (1) 1 zu 3 (2) 1 zu 1 (3) 2 zu 3 (4) 4 zu 3 (5) a zu b. Wie groß ist jeweils die Gewinnwahrscheinlichkeit in den genannten Fällen?
b) Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn ist: (1) $\frac{1}{3}$ (2) 0,6 (3) 40% (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{c}{d}$ Wie stehen in jedem einzelnen Fall die Chancen?	

A2	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>a) Unter der Gewinnchance 1 zu 3 kann man sich ein Urnenexperiment vorstellen. In der Urne befinden sich 1 rote Kugel (Gewinn) und 3 schwarze Kugeln (Nieten). Es wird nun einmal gezogen. Die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu ziehen ist in diesem Fall 0,25.</p> <p>(1) Chance 1 zu 3 bedeutet Gewinnwahrscheinlichkeit <math>\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4} = 0,25</math></p> <p>(2) Chance 1 zu 1 bedeutet Gewinnwahrscheinlichkeit <math>\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = 0,5</math></p> <p>(3) Chance 2 zu 3 bedeutet Gewinnwahrscheinlichkeit <math>\frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} = 0,4</math></p> <p>(4) Chance 4 zu 3 bedeutet Gewinnwahrscheinlichkeit <math>\frac{4}{4+3} = \frac{4}{7} \approx 0,57</math></p> <p>(5) Chance a zu b bedeutet Gewinnwahrscheinlichkeit <math>\frac{a}{a+b}</math></p>

A2	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>b)</p> <p>(1) <math>p = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow</math> Gewinnchance 1 zu 2</p> <p>(2) <math>p = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow</math> Gewinnchance 3 zu 2</p> <p>(3) <math>p = 40\% = 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow</math> Gewinnchance 2 zu 3</p> <p>(4) <math>p = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1} \Rightarrow</math> Gewinnchance 3 zu 1</p> <p>(5) <math>p = \frac{c}{d} = \frac{c}{c+(d-c)} \Rightarrow</math> Gewinnchance c zu d - c</p>

A3	<b>Aufgabe</b>
	In einer Urne befinden sich drei schwarze, sieben blaue und sechs rote Kugeln. Sven zieht eine Kugel.
	a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Kugel rot <b>oder</b> blau?
	b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Kugel schwarz <b>oder</b> rot?
	c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist diese Kugel nicht rot?

<b>A3</b>	<b>Ausführliche Lösungen</b>
	$s \hat{=} \text{schwarz} \quad b \hat{=} \text{blau} \quad r \hat{=} \text{rot}$ damit wird $E = \{s;s;s;b;b;b;b;b;b;b;r;r;r;r;r;r\}$ $P(s) = \frac{3}{16} \quad P(b) = \frac{7}{16} \quad P(r) = \frac{6}{16}$
a)	$P(r \vee b) = P(r) + P(b) = \frac{6}{16} + \frac{7}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125$
b)	$P(s \vee r) = P(s) + P(r) = \frac{3}{16} + \frac{6}{16} = \frac{9}{16} = 0,5625$
c)	$P(r) = \frac{6}{16}$ nicht rot bedeutet Gegenereignis von rot $\bar{P}(r) = 1 - P(r) = 1 - \frac{6}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = 0,625$

<b>A4</b>	<b>Aufgabe</b>
	Eine Umfrage an einer Schule mit insgesamt 1250 Schülerinnen und Schüler hat ergeben, dass 4,4 % der Mädchen und 6,4% der Jungen Nichtschwimmer sind. Insgesamt ergab sich ein Anteil von 5,2% Nichtschwimmern an der Schule.
a)	Entwickeln Sie anhand der gegebenen Daten je eine Vierfeldtafel mit den absoluten und mit den relativen Häufigkeiten.
b)	Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person ein Mädchen?
c)	Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person ein Junge, der schwimmen kann?
d)	Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person ein Mädchen, das nicht schwimmen kann?

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>																																																																																																				
a)	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 15%;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">M</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">J</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">Summe</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">S</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td>J bedeutet Jungen</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">N</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td>M bedeutet Mädchen</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">Summe</td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black;"></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1250</td> <td>S bedeutet Schwimmer</td> </tr> </table> <p>N bedeutet Nichtschwimmer</p> <p>5,2% Nichtschwimmer an der Schule bedeutet  <math>1250 \cdot 0,052 = 65</math> Nichtschwimmer befinden sich an der Schule.          Damit gibt es <math>1250 - 65 = 1185</math> Schwimmer an der Schule.          Die Anzahl der Jungen und der Mädchen an der Schule sei <math>x + y = 1250</math>          Die Anzahl der Nichtschwimmer an der Schule ist demnach  <math>0,044x + 0,064y = 65</math> (zwei lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten)</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">x</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">y</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%;"></td> <td style="width: 55%;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1250</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">64</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">65</td> <td style="text-align: right;"><math>20y = 10000 \mid : 20</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1000</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1000</td> <td style="text-align: right;"><math>\Leftrightarrow y = 500</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1250</td> <td style="text-align: right;"><math>44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">64</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">65000</td> <td style="text-align: right;"><math>\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">55000</td> <td style="text-align: right;"><math>\Leftrightarrow x = 750</math></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">64</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">65000</td> <td style="text-align: right;">An der Schule befinden sich</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">44</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">55000</td> <td style="text-align: right;">750 Mädchen und 500 Jungen</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">0</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">20</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">10000</td> <td></td> </tr> </table> <p>4,4% der Mädchen sind Nichtschwimmer, das sind <math>750 \cdot 0,044 = 33</math>          6,4% der Jungen sind Nichtschwimmer, das sind <math>500 \cdot 0,064 = 32</math>          Mit den nun bekannten Werten wird die Vierfeldertabelle vervollständigt.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 15%;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">M</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">J</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">Summe</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">S</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">717</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">468</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1185</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">N</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">33</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">32</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">65</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">Summe</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">750</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">500</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">1250</td> <td></td> </tr> </table> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 15%;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">M</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">J</td> <td style="border: 1px solid black; width: 15%; text-align: center;">Summe</td> <td style="width: 40%;"></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">S</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{717}{1250} = 0,5736</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{468}{1250} = 0,3744</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{1185}{1250} = 0,948</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">N</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{33}{1250} = 0,0264</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{32}{1250} = 0,0256</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{65}{1250} = 0,052</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;">Summe</td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{750}{1250} = 0,6</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{500}{1250} = 0,4</math></td> <td style="border: 1px solid black; text-align: center;"><math>\frac{1250}{1250} = 1</math></td> <td></td> </tr> </table>		M	J	Summe		S				J bedeutet Jungen	N				M bedeutet Mädchen	Summe			1250	S bedeutet Schwimmer	x	y			1	1	1250		44	64	65	$20y = 10000 \mid : 20$	1000	1000	1000	$\Leftrightarrow y = 500$	1	1	1250	$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$	44	64	65000	$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$	44	44	55000	$\Leftrightarrow x = 750$	44	64	65000	An der Schule befinden sich	44	44	55000	750 Mädchen und 500 Jungen	0	20	10000			M	J	Summe		S	717	468	1185		N	33	32	65		Summe	750	500	1250			M	J	Summe		S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$		N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$		Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$	
	M	J	Summe																																																																																																		
S				J bedeutet Jungen																																																																																																	
N				M bedeutet Mädchen																																																																																																	
Summe			1250	S bedeutet Schwimmer																																																																																																	
x	y																																																																																																				
1	1	1250																																																																																																			
44	64	65	$20y = 10000 \mid : 20$																																																																																																		
1000	1000	1000	$\Leftrightarrow y = 500$																																																																																																		
1	1	1250	$44x + 44 \cdot 500 = 55000 \mid - 44 \cdot 500$																																																																																																		
44	64	65000	$\Leftrightarrow 44x = 33000 \mid : 44$																																																																																																		
44	44	55000	$\Leftrightarrow x = 750$																																																																																																		
44	64	65000	An der Schule befinden sich																																																																																																		
44	44	55000	750 Mädchen und 500 Jungen																																																																																																		
0	20	10000																																																																																																			
	M	J	Summe																																																																																																		
S	717	468	1185																																																																																																		
N	33	32	65																																																																																																		
Summe	750	500	1250																																																																																																		
	M	J	Summe																																																																																																		
S	$\frac{717}{1250} = 0,5736$	$\frac{468}{1250} = 0,3744$	$\frac{1185}{1250} = 0,948$																																																																																																		
N	$\frac{33}{1250} = 0,0264$	$\frac{32}{1250} = 0,0256$	$\frac{65}{1250} = 0,052$																																																																																																		
Summe	$\frac{750}{1250} = 0,6$	$\frac{500}{1250} = 0,4$	$\frac{1250}{1250} = 1$																																																																																																		

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>			
b)	P (A) = 0,6 ist die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einer zufälligen Auswahl ein Mädchen zu wählen.			

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>			
c)	P (B) = 0,3744 ist die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einer zufälligen Auswahl einen Jungen zu wählen, der schwimmen kann.			

<b>A4</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
d)	$P(C) = 0,0264$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, bei einer zufälligen Auswahl ein Mädchen zu wählen, das nicht schwimmen kann.

<b>A5</b>	<b>Aufgabe</b>
In einer Urne befinden sich 3 rote, 5 grüne und 4 schwarze Kugeln. Es wird eine Kugel gezogen. Folgende Ereignisse sind definiert: A: Es wird eine grüne Kugel gezogen. B: Es wird eine rote Kugel gezogen. C: Die gezogene Kugel ist nicht grün. D: Die gezogene Kugel ist nicht rot. E: Die gezogene Kugel ist weder grün noch ist sie rot.	
a)	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Ereignisse.
b)	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der <b>oder</b> Verknüpfung der Ereignisse A und B. Wie lautet dieses Ereignis in Textform?
c)	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses von E. Wie lautet dieses Ereignis in Textform?

<b>A5</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
a)	$E = \left\{ \underbrace{r;r;r}_3; \underbrace{g;g;g;g;g}_5; \underbrace{s;s;s;s}_4 \right\}$ $P(A) = \frac{5}{12} \qquad P(B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $P(C) = 1 - P(\text{grün}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ $P(D) = 1 - P(\text{rot}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $P(E) = P(\text{schwarz}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

<b>A5</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
b)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{12} + \frac{1}{4} = \frac{2}{3}$ <p>Ereignistext: Die gezogene Kugel ist grün oder rot.</p>

<b>A5</b>	<b>Ausführliche Lösung</b>
c)	$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ <p>Ereignistext: Die gezogene Kugel ist nicht schwarz.</p>