Lösungen Training Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel I

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	$f(x) = (x+a)^2 - e^{2x-3} \Rightarrow f'(x) = 2\left(x+a-e^{2x-3}\right)$

E2	Ergebnis
	$f(x) = \left(1-e^{ax}\right)^2 \Rightarrow f'(x) = -2a \cdot e^{ax}\left(1-e^{ax}\right)$

E3	Ergebnis
	$f(x) = \left(e^{2x}+e^{-x}\right)^2 \Rightarrow f'(x) = 2\left(e^{2x}+e^{-x}\right)\cdot\left(2e^{2x}-e^{-x}\right)$

E4	Ergebnis
	$f(x) = (x+1)e^x \Rightarrow f'(x) = (x+2)e^x$

E5	Ergebnis
	$f(x) = (3-2x)e^{-\frac{1}{2}x} \Rightarrow f'(x) = \left(x-\frac{7}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}x}$

E6	Ergebnis
	$f(x) = a(x-3)e^{4x-3} \Rightarrow f'(x) = a \cdot e^{4x-3}(4x-11)$

E7	Ergebnis
	$f(x) = \frac{x^2+1}{e^x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-x^2+2x-1}{e^x}$

E8	Ergebnis
	$f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2e^x}{\left(e^x+1\right)^2}$

E9	Ergebnis
	$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}$

E10	Ergebnis
	$f(x) = \frac{1}{x}\left(x^2-4\right) = x - \frac{4}{x} = x - 4x^{-1} \Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{4}{x^2}$

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(x+a)^2-e^{2x-3}=u(x)-v(x)\Rightarrow f'(x)=u'(x)-v'(x)$ Kettenregel: $u(x)=(x+a)^2\Rightarrow u'(x)=1\cdot 2(x+a)$ $v(x)=e^{2x-3}\Rightarrow v'(x)=2\cdot e^{2x-3}$ $f'(x)=2(x+a)-2\cdot e^{2x-3}=\underline{\underline{2\left(x+a-e^{2x-3}\right)}}$

A2	Ausführliche Lösung
	$f(x)=\left(1-e^{ax}\right)^2=f\left[z(x)\right]\Rightarrow f'(x)=f'(z)\cdot z'(x)$ innere Ableitung: $z(x)=\left(1-e^{ax}\right)\Rightarrow z'(x)=-a\cdot e^{ax}$ äußere Ableitung: $f(z)=z^2\Rightarrow f'(z)=2z=2\left(1-e^{ax}\right)$ $f'(x)=2\left(1-e^{ax}\right)\cdot\left(-a\cdot e^{ax}\right)=\underline{\underline{-2a\cdot e^{ax}\left(1-e^{ax}\right)}}$

A3	Ausführliche Lösung
	$f(x)=\left(e^{2x}+e^{-x}\right)^2=f\left[z(x)\right]\Rightarrow f'(x)=f'(z)\cdot z'(x)$ innere Ableitung: $z(x)=\left(e^{2x}+e^{-x}\right)\Rightarrow z'(x)=2e^{2x}-e^{-x}$ äußere Ableitung: $f(z)=z^2\Rightarrow f'(z)=2z=2\left(e^{2x}+e^{-x}\right)$ $f'(x)=\underline{\underline{2\left(e^{2x}+e^{-x}\right)\cdot\left(2e^{2x}-e^{-x}\right)}}$

A4	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(x+1)e^x=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'v+uv'$ $u=(x+1)\,;\,u'=1;\,v=e^x\,;\,v'=e^x$ $f'(x)=1\cdot e^x+(x+1)e^x=\left[1+(x+1)\right]e^x=\underline{\underline{(x+2)e^x}}$

A5	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(3-2x)e^{-\frac{1}{2}x}=u(x)\cdot v(x)\Rightarrow f'(x)=u'v+uv'$ $u=(3-2x)\,;\,u'=-2\,;\,v=e^{-\frac{1}{2}x}\,;\,v'=-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}$ $f'(x)=-2\cdot e^{-\frac{1}{2}x}+(3-2x)\cdot\left(-\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\right)=-2\cdot e^{-\frac{1}{2}x}-\frac{1}{2}(3-2x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x}=\underline{\underline{\left(x-\frac{7}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}x}}}$

A6	Ausführliche Lösung
	$f(x) = a(x-3)e^{4x-3} = u(x)\cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'v + uv'$ $u = a(x-3)\,;\, u' = a\,;\, v = e^{4x-3}\,;\, v' = 4e^{4x-3}$ $f'(x) = a\cdot e^{4x-3} + a(x-3)\cdot 4e^{4x-3} = \underline{\underline{a\cdot e^{4x-3}(4x-11)}}$

A7	Ausführliche Lösung
	$f(x) = \frac{x^2+1}{e^x} = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u = x^2+1; u' = 2x\,;\, v = e^x\,;\, v' = e^x\,;\, v^2 = e^x\cdot e^x$ $f'(x) = \frac{2x\cdot e^x - (x^2+1)e^x}{e^x\cdot e^x} = \underline{\underline{\frac{-x^2+2x-1}{e^x}}}$

A8	Ausführliche Lösung
	$f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u = e^x-1; u' = e^x\,;\, v = e^x+1; v' = e^x\,;\, v^2 = (e^x+1)^2$ $f'(x) = \frac{e^x(e^x+1)-(e^x-1)e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x\left[(e^x+1)-(e^x-1)\right]}{(e^x+1)^2} = \underline{\underline{\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}}}$

A9	Ausführliche Lösung
	$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'v-uv'}{v^2}$ $u = x\,;\, u' = 1; v = x-1; v' = 1; v^2 = (x-1)^2$ $f'(x) = \frac{1\cdot(x-1)-x\cdot 1}{(x-1)^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{(x-1)^2}}}$

A10	Ausführliche Lösung
	$f(x) = \frac{1}{x}(x^2-4) = x - \frac{4}{x} = x - 4x^{-1}$ $f'(x) = 1-(-1\cdot 4x^{-2}) = \underline{\underline{1+\frac{4}{x^2}}}$