# Lösungen Training Ableiten und integrieren mit e - Funktionen I

Differenzieren und integrieren mit e- Funktionen

## Ergebnisse:

| E1 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = e^{-4x} - e^{4x} \Rightarrow f'(x) = -4e^{-4x} - 4e^{4x} = -4\left(e^{-4x} + e^{4x}\right)$ |

| E2 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = \frac{3}{2}e^{-5x^2-3x} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}(-10x-3)e^{-5x^2-3x}$ |

| E3 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = -4e^{x}\left(e^{-x}+3\right) = -4\underbrace{e^{x}\cdot e^{-x}}_{1} - 12e^{x} = -4 - 12e^{x} \Rightarrow f'(x) = -12e^{x}$ |

| E4 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = -e^{t-x} - 2t\cdot e^{-tx} \Rightarrow f'(x) = e^{t-x} + 2t^2\cdot e^{-tx}$ |

| E5 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = t\cdot e^{2-3x} - 6e^{x^2+3} \Rightarrow f'(x) = -3t\cdot e^{2-3x} - 12x\cdot e^{x^2+3}$ |

| E6 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = t\left(e^{-x} - 3x^2\right) = t\cdot e^{-x} - 3t\cdot x^2 \Rightarrow f'(x) = -t\cdot e^{-x} - 6t\cdot x = -t\left(e^{-x} + 6x\right)$ |

| E7 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = \frac{1}{16}\left(x^2 - 3e^{x}\right) \Rightarrow F(x) = \frac{1}{16}\int\left(x^2 - 3e^{x}\right)dx = \frac{1}{16}\left[\frac{1}{3}x^3 - 3e^{x}\right] + C$ |

| E8 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + \frac{3}{x} \Rightarrow F(x) = \int\left(x^3 - 2x^2 + 4x + \frac{3}{x}\right)dx$ <br> $= \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 3\cdot\ln\lvert x\rvert + C$ |

| E9 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = t\cdot x - \frac{3}{2}e^{x} + t^2 + 2e \Rightarrow F(x) = \int\left(t\cdot x - \frac{3}{2}e^{x} + t^2 + 2e\right)dx$ <br> $= \frac{1}{2}t\cdot x^2 - \frac{3}{2}e^{x} + t^2\cdot x + 2e\cdot x + C$ |

| E10 | Ergebnis |
|---|---|
| | $f(x) = t^2x\left(x^2 - 8x\right) = t^2\left(x^3 - 8x^2\right) \Rightarrow F(x) = t^2\int\left(x^3 - 8x^2\right)dx = t^2\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3\right) + C$ |

## Ausführliche Lösungen:

| | |
|---|---|
| A1 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = e^{-4x} - e^{4x} \Rightarrow f'(x) = -4e^{-4x} - 4e^{4x} = \underline{\underline{-4\left(e^{-4x} + e^{4x}\right)}}$<br>Die Ableitung erfolgt mit Hilfe der Kettenregel. |

| | |
|---|---|
| A2 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = \frac{3}{2}e^{-5x^2-3x} \Rightarrow f'(x) = (-10x-3)\cdot\frac{3}{2}\cdot e^{-5x^2-3x}$<br>$= \frac{3}{2}(-10x-3)e^{-5x^2-3x} = \underline{\underline{-\frac{3}{2}(10x+3)e^{-5x^2-3x}}}$ |

| | |
|---|---|
| A3 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = -4e^{x}\left(e^{-x}+3\right) = -4\cdot e^{x}\cdot e^{-x} - 4\cdot 3\cdot e^{x}$<br>$= -4\cdot e^{x-x} - 12\cdot e^{x} = -4\cdot e^{0} - 12\cdot e^{x}$<br>$= -4 - 12\cdot e^{x} \Rightarrow f'(x) = \underline{\underline{-12e^{x}}}$ |

| | |
|---|---|
| A4 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = -e^{t-x} - 2t\cdot e^{-tx} \Rightarrow f'(x) = (-1)\left(-e^{t-x}\right) - \left(-t\cdot 2t\cdot e^{-tx}\right)$<br>$= \underline{\underline{e^{t-x} + 2t^2\cdot e^{-tx}}}$ |

| | |
|---|---|
| A5 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = t\cdot e^{2-3x} - 6e^{x^2+3} \Rightarrow f'(x) = -3t\cdot e^{2-3x} - 2x\cdot 6e^{x^2+3}$<br>$= \underline{\underline{-3t\cdot e^{2-3x} - 12x\cdot e^{x^2+3}}}$ |

| | |
|---|---|
| A6 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = t\left(e^{-x} - 3x^2\right) = t\cdot e^{-x} - 3t\cdot x^2$<br>$\Rightarrow f'(x) = -t\cdot e^{-x} - 2\cdot 3t\cdot x = -t\cdot e^{-x} - 6t\cdot x = \underline{\underline{-t\left(e^{-x}+6x\right)}}$ |

| | |
|---|---|
| A7 | Ausführliche Lösung |
| | $f(x) = \frac{1}{16}\left(x^2 - 3e^{x}\right)$<br>$\Rightarrow F(x) = \int \frac{1}{16}\left(x^2-3e^{x}\right)dx = \frac{1}{16}\int\left(x^2-3e^{x}\right)dx = \underline{\underline{\frac{1}{16}\left[\frac{1}{3}x^3 - 3e^{x}\right] + C}}$<br>$F'(x) = \frac{1}{16}\left(3\cdot\frac{1}{3}x^2 - 3e^{x}\right) = \frac{1}{16}\left(x^2-3e^{x}\right) = F(x)$ |

| A8 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + \frac{3}{x}$<br>$\Rightarrow F(x) = \int \left( x^3 - 2x^2 + 4x + \frac{3}{x} \right) dx = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 + 3 \cdot \ln\lvert x\rvert + C$<br>$= \underline{\underline{\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 3 \cdot \ln\lvert x\rvert + C}}$<br>$F'(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 3 \cdot \frac{1}{x} = f(x)$<br>Bemerkung: $\int \frac{1}{x}\, dx = \ln\lvert x\rvert + C$ und $f(x) = \ln\lvert x\rvert \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$ |

| A9 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | $f(x) = t \cdot x - \frac{3}{2}e^x + t^2 + 2e$<br>$\Rightarrow F(x) = \int \left( t \cdot x - \frac{3}{2}e^x + t^2 + 2e \right) dx = \underline{\underline{\frac{1}{2}t \cdot x^2 - \frac{3}{2}e^x + t^2 \cdot x + 2e \cdot x + C}}$<br>$F'(x) = \frac{2}{2}t \cdot x - \frac{3}{2}e^x + t^2 + 2e = t \cdot x - \frac{3}{2}e^x + t^2 + 2e = f(x)$ |

| A10 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | $f(x) = t^2x\left(x^2 - 8x\right) = t^2\left(x^3 - 8x^2\right)$<br>$\Rightarrow F(x) = t^2 \int \left(x^3 - 8x^2\right) dx = \underline{\underline{t^2\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3\right) + C}}$<br>$F'(x) = t^2\left(\frac{4}{4}x^3 - 3 \cdot \frac{8}{3}x^2\right) = t^2\left(x^3 - 8x^2\right) = t^2x\left(x^2 - 8x\right) = f(x)$ |