Lösungen Training ableiten von e- Funktionen I

e- Funktionen ableiten

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	$f(x)=4\cdot e^{2x} \Rightarrow f'(x)=8\cdot e^{2x}\,;\, f''(x)=16\cdot e^{2x}\,;\, f'''(x)=32\cdot e^{2x}$

E2	Ergebnis
	$f(x)=e^{x+4} \Rightarrow f'(x)=e^{x+4}\,;\, f''(x)=e^{x+4}\,;\, f'''(x)=e^{x+4}$

E3	Ergebnis
	$f(x)=2\cdot e^{2-4x} \Rightarrow f'(x)=-8\cdot e^{2-4x}\,;\, f''(x)=32\cdot e^{2-4x}\,;\, f'''(x)=-128\cdot e^{2-4x}$

E4	Ergebnis
	$f(x)=4x-2\cdot e^{-2x} \Rightarrow f'(x)=4+4\cdot e^{-2x}\,;\, f''(x)=-8\cdot e^{-2x}\,;\, f'''(x)=16\cdot e^{-2x}$

E5	Ergebnis
	$f(x)=x\cdot e^{-2x} \Rightarrow f'(x)=(1-2x)\cdot e^{-2x}\,;\, f''(x)=(4x-4)\cdot e^{-2x}\,;\, f'''(x)=(12-8x)\cdot e^{-2x}$

E6	Ergebnis
	$f(x)=2x\cdot e^{2-x} \Rightarrow f'(x)=(2-2x)\cdot e^{2-x}\,;\, f''(x)=(2x-4)\cdot e^{2-x}\,;\, f'''(x)=(6-2x)\cdot e^{2-x}$

E7	Ergebnis
	$f(x)=(x+2)\cdot e^{x} \Rightarrow f'(x)=(x+3)\cdot e^{x}\,;\, f''(x)=(x+4)\cdot e^{x}\,;\, f'''(x)=(x+5)\cdot e^{x}$

E8	Ergebnis
	$f(x)=(1-x)\cdot e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow$ $f'(x)=\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}\,;\, f''(x)=\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}\,;\, f'''(x)=\left(-\frac{5}{8}-\frac{1}{8}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$

E9	Ergebnis
	$f(x)=(1+x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2} \Rightarrow$ $f'(x)=\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\,;\, f''(x)=\frac{1}{4}\cdot(x-3)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\,;\, f'''(x)=\frac{1}{8}\cdot(5-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$

E10	Ergebnis
	$f(x)=t\cdot x\cdot e^{-\frac{1}{4}x} \Rightarrow$ $f'(x)=t\cdot\left(1-\frac{1}{4}\cdot x\right)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\,;\, f''(x)=\frac{1}{16}\cdot t\cdot(x-8)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\,;\, f'''=\frac{1}{64}\cdot t\cdot(12-x)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	$f(x) = 4 \cdot e^{2x}$ $f'(x) = 2 \cdot 4 \cdot e^{2x} = \underline{\underline{8 \cdot e^{2x}}}$ $f''(x) = 2 \cdot 8 \cdot e^{2x} = \underline{\underline{16 \cdot e^{2x}}}$ $f'''(x) = 2 \cdot 16 \cdot e^{2x} = \underline{\underline{32 \cdot e^{2x}}}$

A2	Ausführliche Lösung
	$f(x) = e^{x+4}$ $f'(x) = 1 \cdot e^{x+4} = \underline{\underline{e^{x+4}}}$ $f''(x) = 1 \cdot e^{x+4} = \underline{\underline{e^{x+4}}}$ $f'''(x) = 1 \cdot e^{x+4} = \underline{\underline{e^{x+4}}}$

A3	Ausführliche Lösung
	$f(x) = 2 \cdot e^{2-4x}$ $f'(x) = -4 \cdot 2 \cdot e^{2-4x} = \underline{\underline{-8 \cdot e^{2-4x}}}$ $f''(x) = -4 \cdot (-8) \cdot e^{2-4x} = \underline{\underline{32 \cdot e^{2-4x}}}$ $f'''(x) = -4 \cdot 32 \cdot e^{2-4x} = \underline{\underline{-128 \cdot e^{2-4x}}}$

A4	Ausführliche Lösung
	$f(x) = 4x - 2 \cdot e^{-2x}$ $f'(x) = 4 - 2 \cdot (-2) \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{4 + 4 \cdot e^{-2x}}}$ $f''(x) = -2 \cdot 4 \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{-8 \cdot e^{-2x}}}$ $f'''(x) = -2 \cdot (-8) \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{16 \cdot e^{-2x}}}$

A5	Ausführliche Lösung
	$f(x) = x \cdot e^{-2x}$ mit $u = x \Rightarrow u' = 1$ und $v = e^{-2x} \Rightarrow v' = -2 \cdot e^{-2x}$ $f'(x) = u' \cdot v + u \cdot v' = 1 \cdot e^{-2x} + x \cdot \left(-2 \cdot e^{-2x}\right) = 1 \cdot e^{-2x} - 2x \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{(1-2x) \cdot e^{-2x}}}$ $f''(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$ mit $u = 1 - 2x \Rightarrow u' = -2$ und $v = e^{-2x} \Rightarrow v' = -2 \cdot e^{-2x}$ $f''(x) = -2 \cdot e^{-2x} + (1-2x) \cdot \left(-2 \cdot e^{-2x}\right) = \left[-2 - 2 \cdot (1-2x)\right] \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{(4x-4) \cdot e^{-2x}}}$ $f'''(x) = u' \cdot v + u \cdot v'$ mit $u = 4x - 4 \Rightarrow u' = 4$ und $v = e^{-2x} \Rightarrow v' = -2 \cdot e^{-2x}$ $f'''(x) = 4 \cdot e^{-2x} + (4x-4) \cdot \left(-2 \cdot e^{-2x}\right) = \left[4 - 2 \cdot (4x-4)\right] \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{(12-8x) \cdot e^{-2x}}}$

A6	Ausführliche Lösung
	$f(x)=2x\cdot e^{2-x}$ mit $u=2x\Rightarrow u'=2$ und $v=e^{2-x}\Rightarrow v'=-1\cdot e^{2-x}$ $f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=2\cdot e^{2-x}+2x\cdot\left(-1\cdot e^{2-x}\right)=\underline{\underline{(2-2x)\cdot e^{2-x}}}$ $f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=2-2x\Rightarrow u'=-2$ und $v=e^{2-x}\Rightarrow v'=-1\cdot e^{2-x}$ $f''(x)=-2\cdot e^{2-x}+(2-2x)\cdot\left(-1\cdot e^{2-x}\right)=\left[-2-(2-2x)\right]\cdot e^{2-x}=\underline{\underline{(2x-4)\cdot e^{2-x}}}$ $f'''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=2x-4\Rightarrow u'=2$ und $v=e^{2-x}\Rightarrow v'=-1\cdot e^{2-x}$ $f'''(x)=2\cdot e^{2-x}+(2x-4)\cdot\left(-1\cdot e^{2-x}\right)=\left[2-(2x-4)\right]\cdot e^{2-x}=\underline{\underline{(6-2x)\cdot e^{2-x}}}$

A7	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(x+2)\cdot e^{x}$ mit $u=x+2\Rightarrow u'=1$ und $v=e^{x}\Rightarrow v'=e^{x}$ $f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=1\cdot e^{x}+(x+2)\cdot e^{x}=\left[1+(x+2)\right]\cdot e^{x}=\underline{\underline{(x+3)\cdot e^{x}}}$ $f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=x+3\Rightarrow u'=1$ und $v=e^{x}\Rightarrow v'=e^{x}$ $f''(x)=1\cdot e^{x}+(x+3)\cdot e^{x}=\left[1+(x+3)\right]\cdot e^{x}=\underline{\underline{(x+4)\cdot e^{x}}}$ $f'''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=x+4\Rightarrow u'=1$ und $v=e^{x}\Rightarrow v'=e^{x}$ $f'''(x)=1\cdot e^{x}+(x+4)\cdot e^{x}=\left[1+(x+4)\right]\cdot e^{x}=\underline{\underline{(x+5)\cdot e^{x}}}$

A8	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(1-x)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$ mit $u=1-x \Rightarrow u'=-1$ und $v=e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x}$
	$f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=-1\cdot e^{\frac{1}{2}x}+(1-x)\cdot\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}=\left[-1+\frac{1}{2}(1-x)\right]\cdot e^{\frac{1}{2}x}=\underline{\underline{\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}}}$
	$f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x \Rightarrow u'=-\frac{1}{2}$ und $v=e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x}$
	$f''(x)=-\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x}+\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}=\left[-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\right]\cdot e^{\frac{1}{2}x}=\underline{\underline{\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}}}$
	$f'''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x \Rightarrow u'=-\frac{1}{4}$ und $v=e^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow v'=\frac{1}{2}\cdot e^{\frac{1}{2}x}$
	$f'''(x)=-\frac{1}{4}\cdot e^{\frac{1}{2}x}+\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x\right)\cdot\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}x}=\left[-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\left(-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}x\right)\right]\cdot e^{\frac{1}{2}x}=\underline{\underline{\left(-\frac{5}{8}-\frac{1}{8}x\right)\cdot e^{\frac{1}{2}x}}}$

A9	Ausführliche Lösung
	$f(x)=(1+x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$ mit $u=1+x\Rightarrow u'=1$ und $v=e^{-\frac{1}{2}x+2}\Rightarrow v'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$f'(x)=u'\cdot v+u\cdot v'=1\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}+(1+x)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\right)=\left[1-\frac{1}{2}(1+x)\right]\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=\underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}}}$
	$f''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=\frac{1}{2}\cdot(1-x)\Rightarrow u'=-\frac{1}{2}$ und $v=e^{-\frac{1}{2}x+2}\Rightarrow v'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$f''(x)=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}+\frac{1}{2}\cdot(1-x)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\right)=\left[-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}(1-x)\right]\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$=\left(-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}x\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=\underline{\underline{\frac{1}{4}\cdot(x-3)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}}}$
	$f'''(x)=u'\cdot v+u\cdot v'$ mit $u=\frac{1}{4}\cdot(x-3)\Rightarrow u'=\frac{1}{4}$ und $v=e^{-\frac{1}{2}x+2}\Rightarrow v'=-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$f'''(x)=\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}+\frac{1}{4}\cdot(x-3)\cdot\left(-\frac{1}{2}\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}\right)=\left[\frac{1}{4}-\frac{1}{8}(x-3)\right]\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$
	$=\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{8}x\right)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}=\underline{\underline{\frac{1}{8}\cdot(5-x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}}}$

A10	Ausführliche Lösung
	$f(x) = t\cdot x\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ mit $u = t\cdot x \Rightarrow u' = t$ und $v = e^{-\frac{1}{4}x} \Rightarrow v' = -\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $f'(x) = u'\cdot v + u\cdot v' = t\cdot e^{-\frac{1}{4}x} + t\cdot x\cdot\left(-\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\right) = \left[t - \frac{1}{4}\cdot t\cdot x\right]\cdot e^{-\frac{1}{4}x} = \underline{\underline{t\cdot\left(1-\frac{1}{4}\cdot x\right)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}}}$ $f''(x) = u'\cdot v + u\cdot v'$ mit $u = t\cdot\left(1-\frac{1}{4}\cdot x\right) \Rightarrow u' = -\frac{1}{4}\cdot t$ und $v = e^{-\frac{1}{4}x} \Rightarrow v' = -\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $f''(x) = -\frac{1}{4}t\cdot e^{-\frac{1}{4}x} + t\cdot\left(1-\frac{1}{4}\cdot x\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\right) = \left[-\frac{1}{4}t - \frac{1}{4}\cdot t\cdot\left(1-\frac{1}{4}\cdot x\right)\right]\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $= \left(-\frac{1}{2}\cdot t + \frac{1}{16}\cdot t\cdot x\right)\cdot e^{-\frac{1}{4}x} = \underline{\underline{\frac{1}{16}\cdot t\cdot(x-8)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}}}$ $f'''(x) = u'\cdot v + u\cdot v'$ mit $u = \frac{1}{16}\cdot t\cdot(x-8) \Rightarrow u' = \frac{1}{16}\cdot t$ und $v = e^{-\frac{1}{4}x} \Rightarrow v' = -\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $f'''(x) = \frac{1}{16}\cdot t\cdot e^{-\frac{1}{4}x} + \frac{1}{16}\cdot t\cdot(x-8)\cdot\left(-\frac{1}{4}\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\right) = \left[\frac{1}{16}t - \frac{1}{64}\cdot t\cdot(x-8)\right]\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$ $= \left(\frac{3}{16}\cdot t - \frac{1}{64}\cdot t\cdot x\right)\cdot e^{-\frac{1}{4}x} = \underline{\underline{\frac{1}{64}\cdot t\cdot(12-x)\cdot e^{-\frac{1}{4}x}}}$