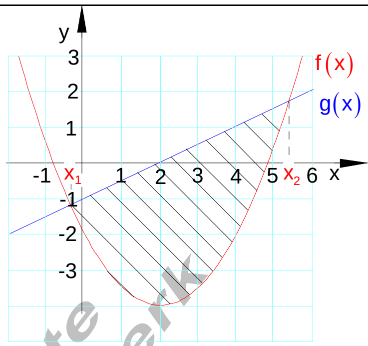
# Beispiel I Training Integralrechnung III

## Ausführliches Beispiel zur Berechnung der Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen

Zuerst werden beide Graphen in ein Koordinatensystem gezeichnet. Die Integrationsgrenzen sind die x-Koordinaten der Schnittpunkte beider Graphen.




$$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2-4=\frac{1}{2}x^2-2x-2$$

$$g(x)=\frac{1}{2}x-1$$

$$\underbrace{f(x)-g(x)}_{\text{Differenzfunktion}}=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-2x-2-\left(\frac{1}{2}x-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-1=0$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}\approx -0{,}372\,;\; x_2=\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}\approx 5{,}372$$

$$A=\left|\int_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}}\Big[\underbrace{f(x)-g(x)}_{\text{Differenzfunktion}}\Big]dx\right|=\left|\int_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}}\left[\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-1\right]dx\right|=\left|\left[\frac{1}{6}x^3-\frac{5}{4}x^2-x\right]_{\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}}^{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}}\right|$$

$$=\left|\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}\right)^3-\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}\right)^2-\left(\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}\right)-\left[\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}\right)^3-\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}\right)^2-\left(\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}\right)\right]\right|$$

$$=\left|-\frac{11}{4}\cdot\sqrt{33}\right|\approx \underline{\underline{15{,}798}}$$

Die Fläche zwischen den beiden Graphen beträgt etwa 15,798 FE.

Bemerkung:
Man kann die Rechnung auch ohne Beträge durchführen, wenn man von dem Ergebnis, falls es negativ ist, den Betrag bildet.
Falls f(x) im Integrationsintervall [ a ; b ] **oberhalb** von g(x) liegt, ist das Ergebnis **positiv**.
Falls f(x) im Integrationsintervall [ a ; b ] **unterhalb** von g(x) liegt, ist das Ergebnis **negativ**.
Nachfolgend wird gezeigt, wie man obige Rechnung mit einem Taschenrechner, der Speicherfunktionen besitzt, durchführt.

Zu lösen ist das bestimmte Integral

$$\int_a^b\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-1\right)dx=\frac{1}{6}x^3-\frac{5}{4}x^2-x\,\Big|_a^b=\frac{1}{6}b^3-\frac{5}{4}b^2-b-\left(\frac{1}{6}a^3-\frac{5}{4}a^2-a\right)$$

Die Integrationsgrenzen a und b werden im Taschenrechner abgespeichert.
Dann wird der algebraische Ausdruck berechnet.

$\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{33}{4}}$ in den 1. Speicher eingeben: 2.5 $\boxed{-}$ $\boxed{(}$ 33 $\boxed{:}$ 4 $\boxed{)}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{STO}}$ 1

$\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{33}{4}}$ in den 2. Speicher eingeben: 2.5 $\boxed{+}$ $\boxed{(}$ 33 $\boxed{:}$ 4 $\boxed{)}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{=}$ $\boxed{\text{STO}}$ 2

1 $\boxed{:}$ 6 $\boxed{x}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 2 $\boxed{y^x}$ 3 $\boxed{-}$ 5 $\boxed{:}$ 4 $\boxed{x}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 2 $\boxed{x^2}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 2

$\boxed{-}$ $\boxed{(}$ 1 $\boxed{:}$ 6 $\boxed{x}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 1 $\boxed{y^x}$ 3 $\boxed{-}$ 5 $\boxed{:}$ 4 $\boxed{x}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 1 $\boxed{x^2}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\text{RCL}}$ 1 $\boxed{)}$ $\boxed{=}$ $-15.79754728$

Obige Eingaben gelten für den TI - 30 eco RS von Texas Instruments.