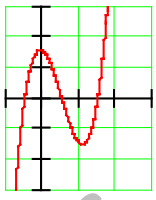
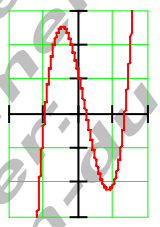
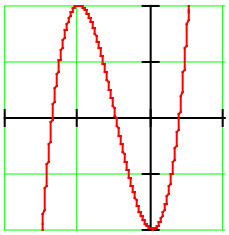
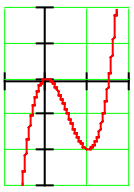
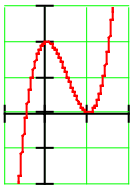
Lösungen Training ganzrationale Funktionen V

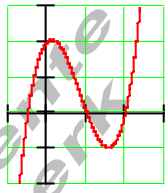
Hornerschema und Funktionswerte

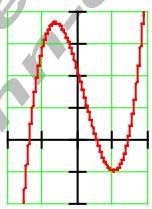
Ergebnisse:

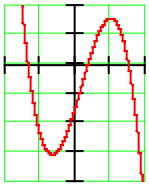
E1	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,\vert\,3)$ $P_{x1}(-1\,\vert\,0);P_{x2}(1\,\vert\,0);P_{x3}(3\,\vert\,0)$	
E2	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,\vert\,3)\;\; P_{x1}(-2\,\vert\,0)$ $P_{x2}\left(1{,}5+\sqrt{1{,}25}\approx 2{,}62\;\vert\;0\right)$ $P_{x3}\left(1{,}5-\sqrt{1{,}25}\approx 0{,}38\;\vert\;0\right)$	
E3	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,\vert\,-4);P_{x1}(-1\,\vert\,0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0{,}73\;\vert\;0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2{,}73\;\vert\;0\right)$	
E4	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,\vert\,0);P_{x1/2}(0\,\vert\,0);P_{x3}(3\,\vert\,0)$	
E5	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,\vert\,4);P_{x1}(-1\,\vert\,0)$ $P_{x2/3}(2\,\vert\,0)$ doppelte Nullstelle	

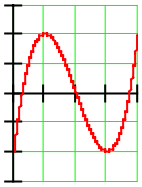
(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E6	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,0)$; $P_{x1}(0\,|\,0)$ $P_{x2/3}(3\,|\,0)$ doppelte Nullstelle	

E7	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,4)$ $P_{x1}(-1\,|\,0)$; $P_{x2}(2\,|\,0)$; $P_{x3}(4\,|\,0)$	

E8	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,4)$; $P_{x1}(1\,|\,0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$	

E9	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,-3)$; $P_{x1}(3\,|\,0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3} \approx 0{,}73 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3} \approx -2{,}73 \mid 0\right)$	

E10	Ergebnis Symmetrie: keine Achsenschnittpunkte: $P_y(0\,|\,-4)$; $P_{x1}(4\,|\,0)$ $P_{x2}\left(4+\sqrt{12} \approx 7{,}46 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(4-\sqrt{12} \approx 0{,}54 \mid 0\right)$	

(C) Rudolf Brinkman
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

Ausführliche Lösung:

A1	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ Intervall: $[-1{,}5\,;3{,}5]$

A1 **Ausführliche Lösung** (Horner- Schema)

$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad [-1{,}5\,;3{,}5]$

Symmetrie: keine

	1	−3	−1	3
$x = -1{,}5$	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
$x = -1$	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
$x = -0{,}5$	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
$x = 0{,}5$	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

	1	−3	−1	3
$x = 1$	↓	1	−2	−3
	1	−2	−3	0
	1	−3	−1	3
$x = 1{,}5$	↓	1,5	−2,25	−4,875
	1	−1,5	−3,25	−1,875
	1	−3	−1	3
$x = 2$	↓	2	−2	−6
	1	−1	−3	−3
	1	−3	−1	3
$x = 2{,}5$	↓	2,5	−1,25	−5,625
	1	−0,5	−2,25	−2,625
	1	−3	−1	3
$x = 3$	↓	3	0	−3
	1	0	−1	0
	1	−3	−1	3
$x = 3{,}5$	↓	3,5	1,75	2,625
	1	0,5	0,75	5,625

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A1 **Ausführliche Lösung** (Achsenschnittpunkte, Wertetabelle und Graph)

Achsenschnittpunkte aus dem HORNER-Schema ablesbar:

$P_y(0|3)$

$P_{x1}(-1|0)$

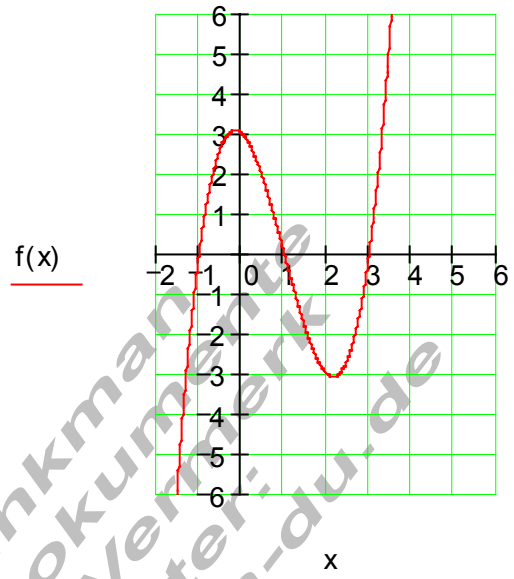
$P_{x2}(1|0)$

$P_{x3}(3|0)$

Wertetabelle:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 - x + 3$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A2	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$ Intervall: $[-2,5\,;3]$

A2 **Ausführliche Lösung** (Horner- Schema)

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5\,;3]$

Symmetrie: keine

	1	−1	−5	2
$x = -2,5$	↓	−2,5	8,75	−9,375
	1	−3,5	3,75	−7,375
	1	−1	−5	2
$x = -2$	↓	−2	6	−2
	1	−3	1	0
	1	−1	−5	2
$x = -1,5$	↓	−1,5	3,75	1,875
	1	−2,5	−1,25	3,875
	1	−1	−5	2
$x = -1$	↓	−1	2	3
	1	−2	−3	5
	1	−1	−5	2
$x = -0,5$	↓	−0,5	0,75	2,125
	1	−1,5	−4,25	4,125
	1	−1	−5	2
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−1	−5	2

	1	−1	−5	2
$x = 0,5$	↓	0,5	−0,25	−2,625
	1	−0,5	−5,25	−0,625
	1	−1	−5	2
$x = 1$	↓	1	0	−5
	1	0	−5	−3
	1	−1	−5	2
$x = 1,5$	↓	1,5	0,75	−6,375
	1	0,5	−4,25	−4,375
	1	−1	−5	2
$x = 2$	↓	2	2	−6
	1	1	−3	−4
	1	−1	−5	2
$x = 2,5$	↓	2,5	3,75	−3.125
	1	1,5	−1,25	−1,125
	1	−1	−5	2
$x = 3$	↓	3	6	3
	1	2	1	5

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A2 **Ausführliche Lösung** (Nullstellenbestimmung)

bekannte Nullstellen: $x_1 = -2$

Polynomdivision:

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 2\right) : (x+2) = x^2 - 3x + 1$$

$$\underline{-\left(x^3 + 2x^2\right)}$$

$$-3x^2 - 5x$$

$$\underline{-\left(-3x^2 - 6x\right)}$$

$$x + 2$$

$$\underline{-(x+2)}$$

quadratische Gleichung:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$p = -3\,;\, q = 1$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}618 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}382 \end{array} \right.$$

A2 **Ausführliche Lösung** (Achsenschnittpunkte, Wertetabelle und Graph)

Achsenschnittpunkte

$P_y(0\,|\,3)\,;\, P_{x1}(-2\,|\,0)$

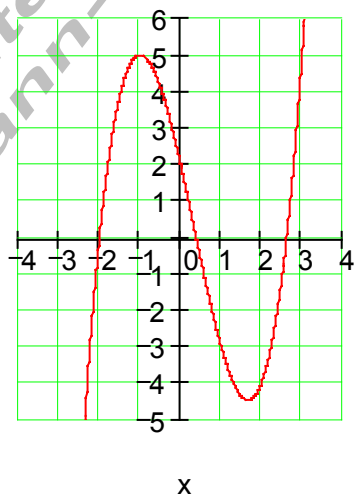
$P_{x2}\left(1{,}5 + \sqrt{1{,}25}\,|\,0\right) \approx (2{,}62\,|\,0)$

$P_{x3}\left(1{,}5 - \sqrt{1{,}25}\,|\,0\right) \approx (0{,}38\,|\,0)$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	

$f(x) := x^3 - x^2 - 5x + 2$



(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A3	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4$ Intervall: $[-3;1]$

A3 **Ausführliche Lösung** (Horner- Schema und Achsenschnittpunkte)

$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4 \quad [-3;1]$

Symmetrie: keine

	2	6	0	−4
$x = -3$	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
$x = -2{,}5$	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
$x = -2$	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
$x = -1{,}5$	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
$x = -1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4
$x = -0{,}5$	↓	−1	−2,5	1,25
	2	5	−2,5	−2,75
	2	6	0	−4
$x = 0$	↓	0	0	0
	2	6	0	−4
	2	6	0	−4
$x = 0{,}5$	↓	1	3,5	1,75
	2	7	3,5	−2,25
	2	6	0	−4
$x = 1$	↓	2	8	8
	2	8	8	4

bekannte Nullstelle $x_1 = -1$

Reduzierung des Grades

mit dem HORNER-Schema

	2	6	0	−4
$x = -1$	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

quqdratische Gleichung:

$2x^2 + 4x - 4 = 0 \mid :2$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$

$p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array} \right.$

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0 \mid -4)$

$P_{x1}(-1 \mid 0)$

$P_{x2}\left(-1 + \sqrt{3} \mid 0\right) \approx (0{,}73 \mid 0)$

$P_{x3}\left(-1 - \sqrt{3} \mid 0\right) \approx (-2{,}73 \mid 0)$

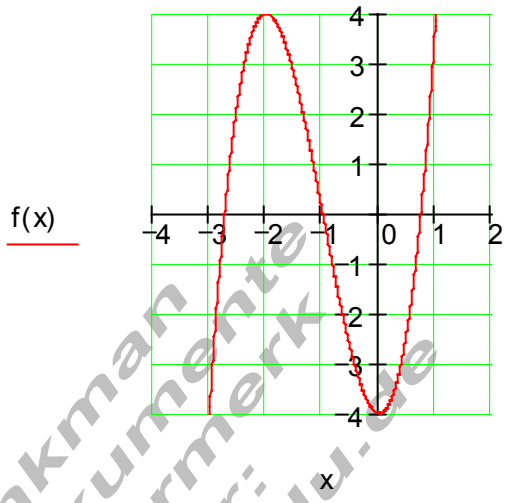
(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A3 **Ausführliche Lösung** (Wertetabelle und Graph)

Wertetabelle:

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	−4	0	2,25	4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	2,75	0	−2,75	−4
x	0,5	0,73	1	
f(x)	−2,25	0	4	

$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A4	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = x^3 - 3x^2$ Intervall: $[-1; 3,5]$

A4 **Ausführliche** Lösung

$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	0
$x = -1$	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	−4
	1	−3	0	0
$x = -0,5$	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	−0,875
	1	−3	0	0
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−3	0	0
	1	−3	0	0
$x = 0,5$	↓	0,5	−1,25	−6,25
	1	−2,5	−1,25	−6,25
	1	−3	0	0
$x = 1$	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	−2
	1	−3	0	0
$x = 1,5$	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	−3,375
	1	−3	0	0
$x = 2$	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	−4
	1	−3	0	0
$x = 2,5$	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	−3,125
	1	−3	0	0
$x = 3$	↓	3	0	0
	1	0	0	0
	1	−3	0	0
$x = 3,5$	↓	3,5	1,75	6,125
	1	0,5	1,75	6,125

Nullstellenbestimmung durch faktorisieren:

$x^3 - 3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$

$\Rightarrow x_{1/2} = 0$ doppelte Nullstelle

$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$

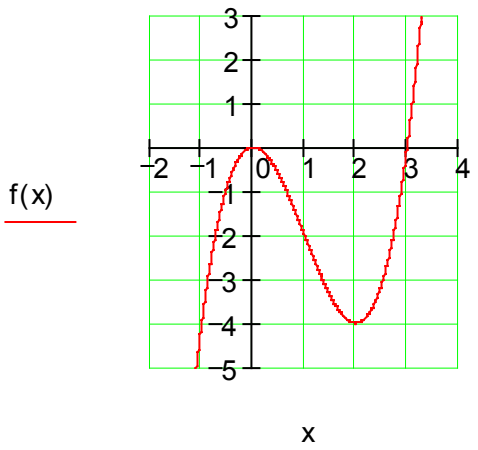
Achsenschnittpunkte:

$P_y(0|0); P_{x1/2}(0|0); P_{x3}(3|0)$

Wertetabelle:

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
f(x)	0	6,13		

$f(x) := x^3 - 3x^2$



(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ Intervall: $[-1{,}5\,;3]$

A5 Ausführliche Lösung

bekannte Nullstellen: $x_1 = -1;\ x_2 = 2$

Polynomdivision:

$$\left(x^3 - 3x^2 + 4\right) : (x+1)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$$

$$\left(x^3 - 3x^2 + 4\right) : \left(x^2 - 2x + x - 2\right) = x - 2$$

$$\underline{-\left(x^3 - x^2 - 2x\right)}$$

$$-2x^2 + 2x + 4$$

$$\underline{-\left(-2x^2 + 2x + 4\right)}$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$$

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0|4)\,;P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2/3}(2|0)$ doppelte Nullstelle

Wertetabelle:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	3,375	2	0,63	0
x	2,5	3		
f(x)	0,875	4		

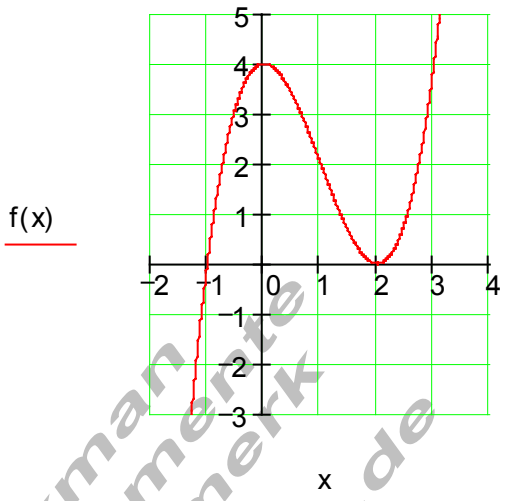
(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \qquad [-1{,}5\,;\,3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
$x = -1{,}5$	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
$x = -1$	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
$x = -0{,}5$	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
$x = 0{,}5$	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
$x = 1$	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
$x = 1{,}5$	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
$x = 2$	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
$x = 2{,}5$	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
$x = 3$	↓	3	0	0
	1	0	0	4

$f(x) := x^3 - 3 \cdot x^2 + 4$



(c) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A6	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ Intervall: $[-0{,}5\,;4]$

A6 Ausführliche Lösung

Nullstellenbestimmung durch faktorisieren:

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0$$

quqdratische Gleichung:

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,0)\,;\, P_{x1}(0\,|\,0)$

$P_{x2/3}(3\,|\,0)$ doppelte Nullstelle

Wertetabelle:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

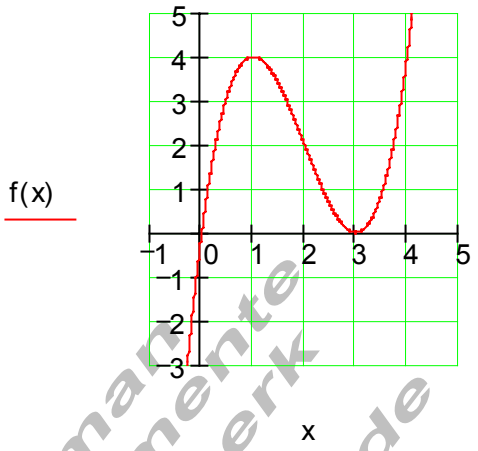
(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0{,}5\,;\,4]$

Symmetrie: keine

	1	−6	9	0
$x = -0{,}5$	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
$x = 0{,}5$	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
$x = 1$	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0
$x = 1{,}5$	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375
	1	−6	9	0
$x = 2$	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2
	1	−6	9	0
$x = 2{,}5$	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625
	1	−6	9	0
$x = 3$	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0
	1	−6	9	0
$x = 3{,}5$	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875
	1	−6	9	0
$x = 4$	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A7	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{2}x^2+x+4$ Intervall: $[-1{,}5\,;4{,}5]$

A7 Ausführliche Lösung (Horner- Schema)

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{2}x^2+x+4 \quad [-1{,}5\,;4{,}5]$

Symmetrie: keine

	0,5	−2,5	1	4
x = −1,5	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125
	0,5	−2,5	1	4
x = −1	↓	−0,5	3	−4
	0,5	−3	4	0
	0,5	−2,5	1	4
x = −0,5	↓	−0,25	1,375	−1,1875
	0,5	−2,75	2,375	2,8125
	0,5	−2,5	1	4
x = 0	↓	0	0	0
	0,5	−2,5	1	4
	0,5	−2,5	1	4
x = 0,5	↓	0,25	−1,125	−0,0625
	0,5	−1,5	−4,25	3,9375
	0,5	−2,5	1	4
x = 1	↓	0,5	−2	−1
	0,5	−2	−1	3
	0,5	−2,5	1	4
x = 1,5	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625
	0,5	−2,5	1	4
x = 2	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓	1,25	−3,125	−5,3125
	0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
	0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓	1,5	−3	−6
	0,5	−1	−2	−2
	0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓	1,75	−2,625	−5,6875
	0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
	0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓	2	−2	−4
	0,5	−0,5	−1	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓	2,25	−1,125	−0,5625
	0,5	−0,25	−0,125	3,4375

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter http://www.brinkmann-du.de

A7 **Ausführliche Lösung** (Achsenschnittpunkte, Wertetabelle und Graph)

Achsenschnittpunkte

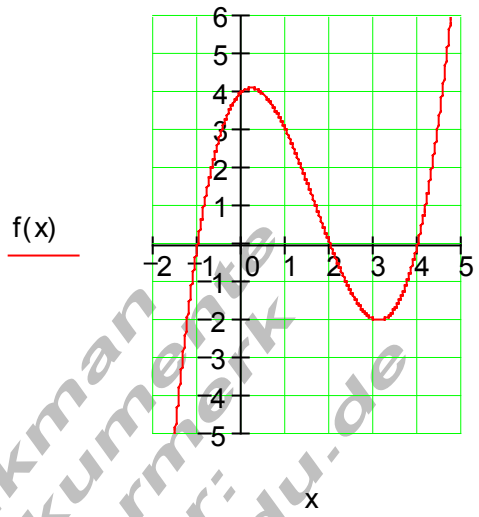
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0); P_{x2}(2|0); P_{x3}(4|0)$

Wertetabelle:

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f(x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A8	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$ Intervall: $[-3;3{,}5]$

A8 **Ausführliche Lösung** (Horner- Schema)

$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4 \quad [-3;3{,}5]$

Symmetrie: keine

	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A8 **Ausführliche Lösung** (Nullstellenbestimmung)

bekannte Nullstelle $x_1 = 1$

Reduzierung des Grades

mit dem HORNER-Schema

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

quqdratische Gleichung:

$$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{8}$$

$$\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$$

A8 **Ausführliche Lösung** (Achsenschnittpunkte, Wertetabelle und Graph)

Achsenschnittpunkte

$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

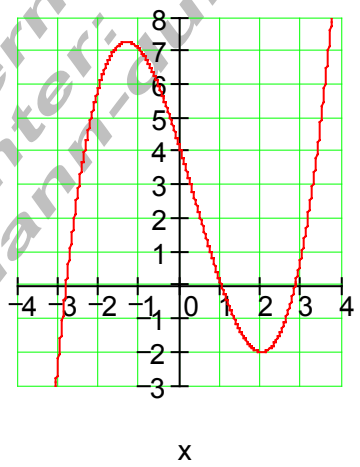
$P_{x2}\left(\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (2{,}83 \mid 0)$

$P_{x3}\left(-\sqrt{8} \mid 0\right) \approx (-2{,}83 \mid 0)$

Wertetabelle:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A9	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)	$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3$ Intervall: $[-3\,;3{,}5]$

A9 **Ausführliche Lösung** (Horner- Schema)

$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3\,;3{,}5]$

Symmetrie: keine

	−1/2	1/2	4	−3
x = −3	↓	3/2	−6	6
	−1/2	2	−2	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = −5/2	↓	5/4	−35/8	15/16
	−1/2	7/4	−3/8	−33/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −2	↓	1	−3	−2
	−1/2	3/2	1	−5
	−1/2	1/2	4	−3
x = −3/2	↓	3/4	−15/8	−51/16
	−1/2	5/4	17/8	−99/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = −1	↓	1/2	−1	−3
	−1/2	1	3	−6
	−1/2	1/2	−4	−3
x = −1/2	↓	1/4	−3/8	−29/16
	−1/2	3/4	29/8	−77/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 0	↓	0	0	0
	−1/2	1/2	4	−3

	−1/2	1/2	4	−3
x = 1/2	↓	−1/4	1/8	33/16
	−1/2	1/4	33/8	−15/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 1	↓	−1/2	0	4
	−1/2	0	4	1
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3/2	↓	−3/4	−3/8	87/16
	−1/2	−1/4	29/8	39/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 2	↓	−1	−1	6
	−1/2	−1/2	3	3
	−1/2	1/2	4	−3
x = 5/2	↓	−5/4	−15/8	85/16
	−1/2	−3/4	17/8	37/16
	−1/2	1/2	4	−3
x = 3	↓	−3/2	−3	3
	−1/2	−1	1	0
	−1/2	1/2	4	−3
x = 7/2	↓	−7/4	−35/8	−21/16
	−1/2	−5/4	−3/8	−69/16

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A9 **Ausführliche Lösung** (Nullstellenbestimmung)

bekannte Nullstelle $x_1 = 3$

Reduzierung des Grades

mit dem HORNER-Schema

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x = 3$	$\downarrow$	$-3/2$	-3	3
	$-1/2$	-1	1	0

quqdratische Gleichung:

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2\,;\, q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array} \right.$$

A9 **Ausführliche Lösung** (Achsenschnittpunkte, Wertetabelle und Graph)

Achsenschnittpunkte

$P_y(0 \mid -3)$

$P_{x1}(3 \mid 0)$

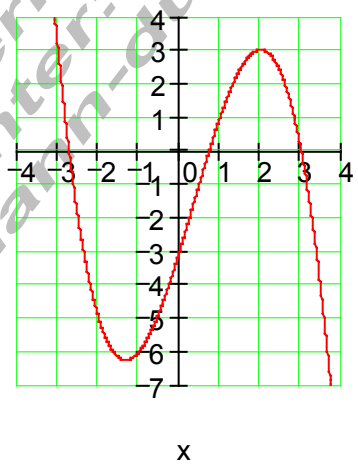
$P_{x2}\left(-1 + \sqrt{3} \mid 0\right) \approx (0{,}73 \mid 0)$

$P_{x3}\left(-1 - \sqrt{3} \mid 0\right) \approx (-2{,}73 \mid 0)$

Wertetabelle:

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

$$f(x) := \frac{-1}{2} \cdot x^3 + \frac{1}{2} \cdot x^2 + 4 \cdot x - 3$$



(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A10 **Aufgabe**

Berechnen Sie mit dem Horner- Schema die Funktionswerte im angegebenen Intervall (Schrittweite 0,5), bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte, stellen Sie eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem. (Maßstab:1 EH/cm)

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4$$

Intervall: $[-0{,}5\,;\,8]$

A10 Ausführliche Lösung (Horner- Schema und Achsenschnittpunkte)

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \qquad [-0{,}5\,;\,8]$$

Symmetrie: keine

	1/4	−3	9	−4
x = −1	↓	−1/4	13/4	−49/4
	1/4	−13/4	49/4	−65/4
	1/4	−3	9	−4
x = 0	↓	0	0	0
	1/4	−3	9	−4
	1/4	−3	9	−4
x = 1	↓	1/4	−11/4	25/4
	1/4	−11/4	25/4	9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 2	↓	1/2	−5	8
	1/4	−5/2	4	4
	1/4	−3	9	−4
x = 3	↓	3/4	27/4	27/4
	1/4	9/4	9/4	11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0
	1/4	−3	9	−4
x = 5	↓	5/4	−35/4	5/4
	1/4	−7/4	1/4	−11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 6	↓	3/2	−9	0
	1/4	−3/2	0	−4
	1/4	−3	9	−4
x = 7	↓	7/4	−35/4	7/4
	1/4	−5/4	1/4	−9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 8	↓	2	−8	8
	1/4	−1	1	4

bekannte Nullstelle $x_1 = 4$

Reduzierung des Grades

mit dem HORNER-Schema

	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0

quqdratische Gleichung:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0 \;|\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$p = -8\,;\,q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Big|\; \begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7{,}46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0{,}54 \end{array}$$

Achsenschnittpunkte:

$P_y(0\,|\,-4)$

$P_{x1}(4\,|\,0)$

$P_{x2}\left(4 + \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (7{,}46\,|\,0)$

$P_{x3}\left(4 - \sqrt{12}\,|\,0\right) \approx (0{,}54\,|\,0)$

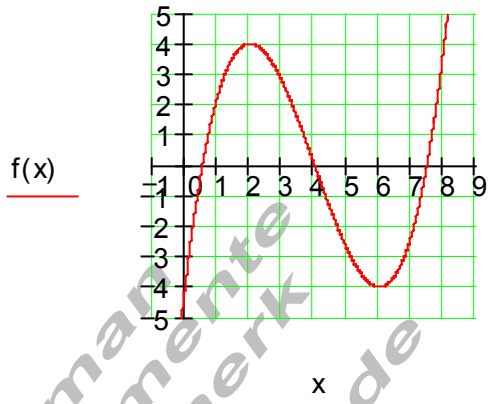
(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A10 **Ausführliche Lösung** (Wertetabelle und Graph)

Wertetabelle:

x	−1	0	0,54	1
f(x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f(x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f(x)	−4	−2,25	0	4

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 - 3\cdot x^2 + 9\cdot x - 4$$



(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de