

Lösungen Training ganzrationale Funktionen III

Polynomdivision

Ergebnisse:

1.	$(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) = x^2 + x - 6$
2.	$(2x^3 - 14x - 12) : (x - 3) = 2x^2 + 6x + 4$
3.	$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) = 3x^2 + 6x - 9$
4.	$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x + 2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3$
5.	$\left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x + 2) = x^2 + \frac{7}{2}x - 2$
6.	$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x - 2) = x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{3}{2}$
7.	$\left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2}\right) : (x - 3) = x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{1}{2}$
8.	$\left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x + -5\right) : (x + 3) = x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{5}{3}$
9.	$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3\right) : (x + 3) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$
10.	$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1) = 3x^2 - 12x - 63$

Ausführliche Lösungen:

A1	Aufgabe
	Führen Sie die Polynomdivision durch $(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1)$

A1	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} (x^3 + 2x^2 - 5x - 6) : (x + 1) = x^2 + x - 6 \\ - (x^3 + x^2) \\ \hline x^2 - 5x \\ - (x^2 + x) \\ \hline - 6x - 6 \\ - (-6x - 6) \\ \hline \end{array}$ <p>Starthilfe: Der erste Summand des zu teilenden Polynoms (x^3) wird durch den ersten Summanden des Teilers (x) dividiert. Das Ergebnis (x^2) wird mit dem Teiler ($x + 1$) multipliziert und von dem zu teilenden Polynom subtrahiert. Mit dem Ergebnis der Subtraktion ($x^2 - 5x - 6$) verfährt man in gleicher Weise. Man führt dieses Verfahren so lange durch, bis das Subtraktionsergebnis Null ist. Danach macht man die Probe durch ausmultiplizieren.</p>

A2	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$(2x^3 - 14x - 12) : (x - 3)$
----	--	-------------------------------

A2	Ausführliche Lösung
	$ \begin{array}{r} (2x^3 - 14x - 12) : (x - 3) = 2x^2 + 6x + 4 \\ - (2x^3 - 6x^2) \\ \hline 6x^2 - 14x \\ - (6x^2 - 18x) \\ \hline 4x - 12 \\ - (4x - 12) \\ \hline 0 \end{array} $ <p>Starthilfe: Da der Dividend keinen Summanden mit x^2 enthält, wird an entsprechender Stelle eine Lücke gelassen. Das macht die Rechnung übersichtlicher. Der erste Summand des zu teilenden Polynoms ($2x^3$) wird durch den ersten Summanden des Teilers (x) dividiert. Das Ergebnis ($2x^2$) wird mit dem Teiler ($x - 3$) multipliziert und von dem zu teilenden Polynom subtrahiert. Mit dem Ergebnis der Subtraktion ($6x^2 - 14x - 12$) verfährt man in gleicher Weise. Man führt dieses Verfahren so lange durch, bis das Subtraktionsergebnis Null ist. Danach macht man die Probe durch ausmultiplizieren.</p>

A3	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7)$
----	--	---------------------------------------

A3	Ausführliche Lösung
	$ \begin{array}{r} (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 7) = 3x^2 + 6x - 9 \\ - (3x^3 - 21x^2) \\ \hline 6x^2 - 51x \\ - (6x^2 - 42x) \\ \hline - 9x + 63 \\ - (-9x + 63) \\ \hline 0 \end{array} $

A4	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x+2)$
----	--	---

A4	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 2x + 6\right) : (x+2) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 \\ - \left(\frac{1}{2}x^3 + x^2\right) \\ \hline - \frac{5}{2}x^2 - 2x \\ - \left(-\frac{5}{2}x^2 - 5x\right) \\ \hline 3x + 6 \\ -(3x + 6) \end{array}$

A5	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x+2)$
----	--	---

A5	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(x^3 + \frac{11}{2}x^2 + 5x - 4\right) : (x+2) = x^2 + \frac{7}{2}x - 2 \\ - \left(x^3 + 2x^2\right) \\ \hline \frac{7}{2}x^2 + 5x \\ - \left(\frac{7}{2}x^2 + 7x\right) \\ \hline - 2x - 4 \\ - (-2x - 4) \end{array}$

A6	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3 \right) : (x - 2)$
----	--	---

A6	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3 \right) : (x - 2) = x^2 + \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} \\ \underline{- \left(x^3 - 2x^2 \right)} \\ \frac{7}{2}x^2 - \frac{11}{2}x \\ \underline{- \left(\frac{7}{2}x^2 - \frac{14}{2}x \right)} \\ \frac{3}{2}x - 3 \\ \underline{- \left(\frac{3}{2}x - 3 \right)} \end{array}$

A7	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2} \right) : (x - 3)$
----	--	---

A7	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(x^3 - \frac{5}{4}x^2 - \frac{23}{4}x + \frac{3}{2} \right) : (x - 3) = x^2 + \frac{7}{4}x - \frac{1}{2} \\ \underline{- \left(x^3 - 3x^2 \right)} \\ \frac{7}{4}x^2 - \frac{23}{4}x \\ \underline{- \left(\frac{7}{4}x^2 - \frac{21}{4}x \right)} \\ -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \\ \underline{- \left(-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \right)} \end{array}$

A8	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5 \right) : (x+3)$
----	--	---

A8	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(x^3 - \frac{5}{3}x^2 - \frac{47}{3}x - 5 \right) : (x+3) = x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{5}{3} \\ \underline{-\left(x^3 + 3x^2 \right)} \\ -\frac{14}{3}x^2 - \frac{47}{3}x \\ \underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2 - \frac{42}{3}x \right)} \\ -\frac{5}{3}x - 5 \\ \underline{-\left(-\frac{5}{3}x - 5 \right)} \end{array}$

A9	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$\left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3 \right) : (x+3)$
----	--	---

A9	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} \left(x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x - 3 \right) : (x+3) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1 \\ \underline{-\left(x^3 + 3x^2 \right)} \\ -\frac{3}{2}x^2 - \frac{11}{2}x \\ \underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2 - \frac{9}{2}x \right)} \\ -x - 3 \\ \underline{-(-x - 3)} \end{array}$

A10	Aufgabe Führen Sie die Polynomdivision durch	$(3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1)$
-----	--	---------------------------------------

A10	Ausführliche Lösung
	$\begin{array}{r} (3x^3 - 15x^2 - 51x + 63) : (x - 1) = 3x^2 - 12x - 63 \\ - (3x^3 - 3x^2) \\ \hline - 12x^2 - 51x \\ - (-12x^2 + 12x) \\ \hline - 63x + 63 \\ - (-63x + 63) \\ \hline \end{array}$