Beispiel II Training lineare Funktionen III

Ausführliches Beispiel zur Bestimmung der zu g_1 senkrechten Geraden g_2 durch den Punkt P und deren Schnittpunkte:

$g_1(x) = \frac{1}{3}x - 4$ $\quad P(1|1)$ $\quad$ Steigung von $g_1(x)$ ist $a_{1g1} = \frac{1}{3}$

Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden ist:

$$a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{3}} = -\frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 1} = -3 \Rightarrow g_2(x) = -3x + a_{0g2}$$

Die Gerade $g_2(x)$ verläuft durch den Punkt $P(1|1)$

Zu bestimmen ist also die Konstante a_{0g2}

Mit $P(1|1)$ gilt: $\quad g_2(1) = 1 \Leftrightarrow -3 \cdot 1 + a_{0g2} = 1$

$$\Leftrightarrow -3 + a_{0g2} = 1 | +3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $\quad \underline{\underline{g_2(x) = -3x + 4}}$

$g_1(x) = \frac{1}{3}x - 4 \qquad g_2(x) = -3x + 4$

Für den Geradenschnittpunkt $S(x_s | y_s)$ muss gelten:

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - 4 = -3x + 4 | +3x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x + 3x - 4 = 4 | +4$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{3}x = 8 | : \frac{10}{3} \qquad \text{Nebenrechnung: } \frac{8}{1} : \frac{10}{3} = \frac{3 \cdot 8}{1 \cdot 10} = \frac{12}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{5} \Rightarrow \underline{\underline{x_s = \frac{12}{5}}}$$

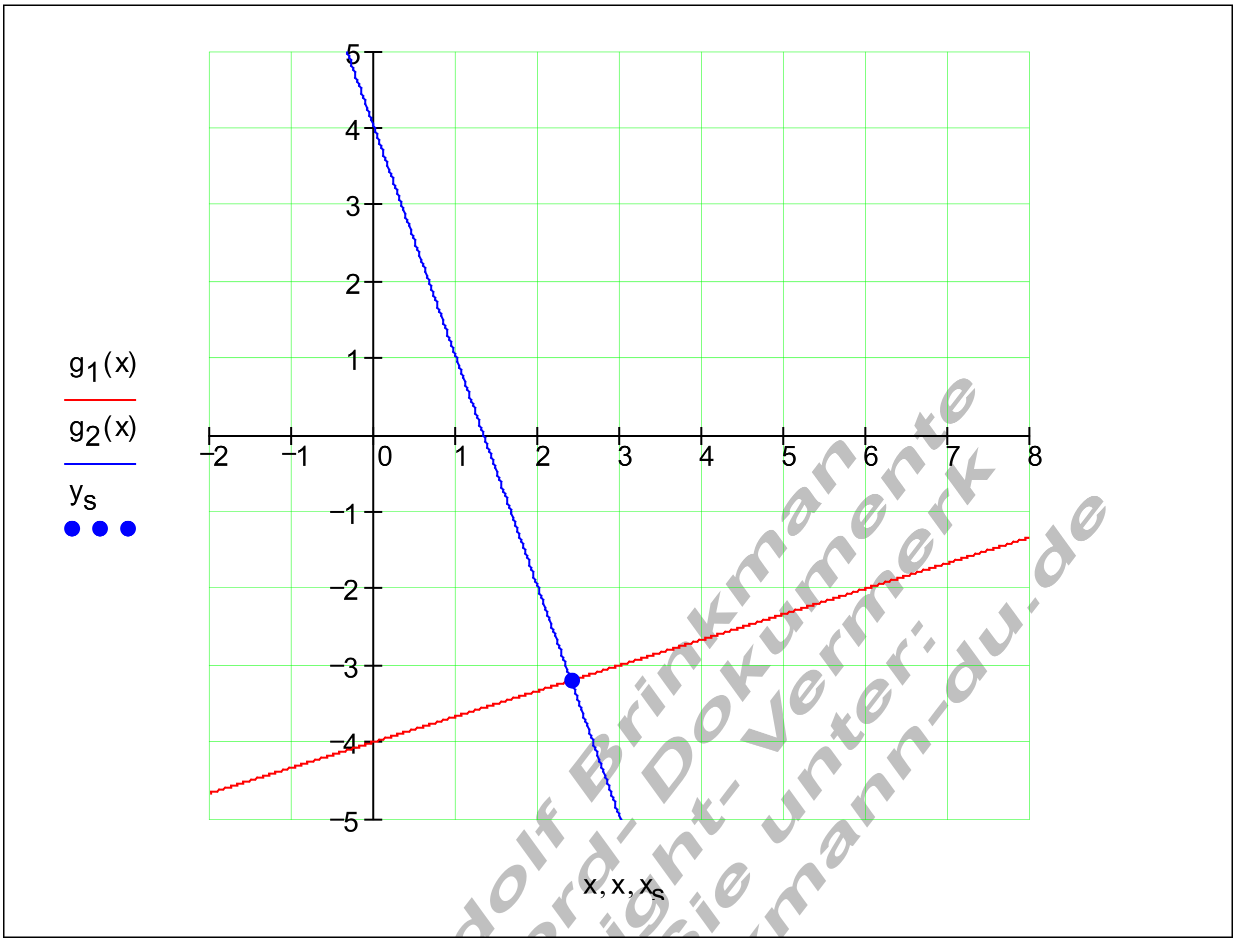
x_s ist der $x-$Wert für den Geradenschnittpunkt.

Um den zugehörigen $y-$Wert zu bekommen, wird dieser $x-$Wert in eine der beiden Funktionsgleichungen eingesetzt:

$$y_s = g_2(x_s) = g_2\left(\frac{12}{5}\right) = -3 \cdot \frac{12}{5} + 4 = -\frac{36}{5} + \frac{20}{5} = \underline{\underline{-\frac{16}{5}}}$$

Damit ist der Schnittpunkt beider Geraden bestimmt zu

$$\underline{\underline{S\left(\frac{12}{5} = 2{,}4 \,|\, -\frac{16}{5} = -3{,}2\right)}}$$



Vorgehensweise:
Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden ist der negativ- reziproke Wert des Steigungsfaktors der Geraden $g_1(x)$. Das bedeutet im Klartext: Die Steigung der zu $g_1(x)$ senkrechten Geraden findet man, indem man den Kehrwert ihres Steigungsfaktors bildet und mit -1 multipliziert. Sollte der Steigungsfaktor von $g_1(x)$ eine ganze Zahl sein, ist daraus ein Bruch zu bilden, indem man die Zahl mit dem Nenner 1 vesieht. In die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer linearen Funktion trägt man den Steigungsfaktor a_{12} der zu $g_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden $g_2(x)$ ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante a_0 berechnen. Statt senkrecht zueinander verlaufende Geraden sagt man auch die Geraden sind orthogonal.