

Beispiel II Training lineare Funktionen II

Ausführliches Beispiel zur Bestimmung der Funktionsgleichung einer linearen Funktion nach Vorgabe der Punkte P_1 und P_2 :

$$P_1\left(-3 \mid -\frac{7}{2}\right) \quad P_2\left(\frac{7}{2} \mid 1\right)$$

Berechnung der Steigung mit der Steigungsformel:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - \left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{7}{2} - (-3)} = \frac{\frac{2}{2} + \frac{7}{2}}{\frac{7}{2} + \frac{6}{2}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{13}{2}} = \frac{9 \cdot 2}{2 \cdot 13} = \frac{9}{13}$$

Steigung der Geraden: $a_1 = \frac{9}{13}$

Die Gerade verläuft durch den Punkt $P_2\left(\frac{7}{2} \mid 1\right)$

Allgemeine Form der Geradengleichung: $f(x) = a_1 x + a_0$

Mit der vorgegebenen Steigung wird $f(x) = \frac{9}{13}x + a_0$

Zu bestimmen ist also die Konstante a_0

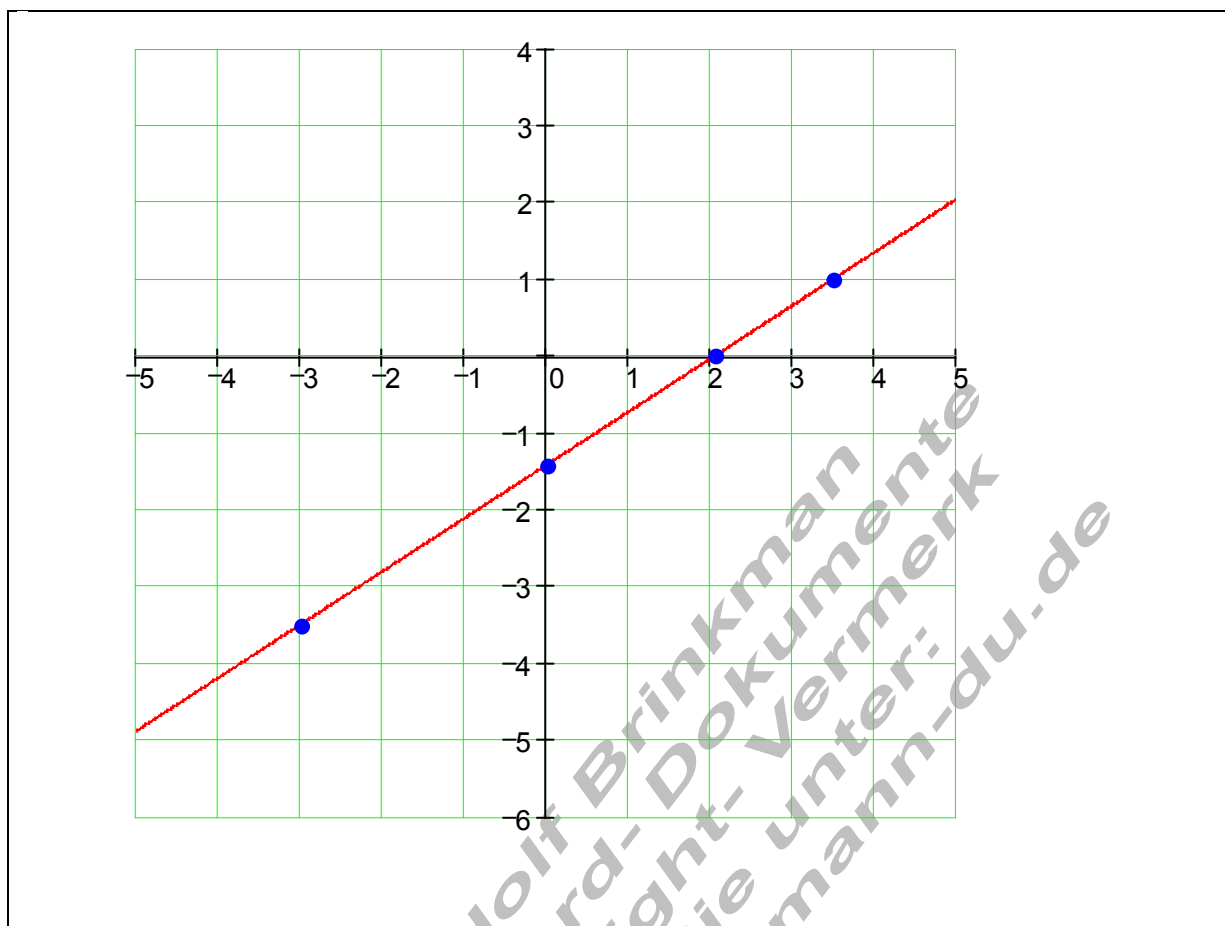
$$\begin{aligned} \text{Mit } P_2\left(\frac{7}{2} \mid 1\right) \text{ gilt: } f\left(\frac{7}{2}\right) = 1 &\Leftrightarrow \frac{9}{13} \cdot \frac{7}{2} + a_0 = 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{63}{26} + a_0 = 1 \quad | -\frac{63}{26} \\ &\Leftrightarrow a_0 = 1 - \frac{63}{26} = \frac{26}{26} - \frac{63}{26} = -\frac{37}{26} \end{aligned}$$

Damit lautet die Funktionsgleichung: $f(x) = \frac{9}{13}x - \frac{37}{26}$

Der Schnittpunkt mit der y -Achse wird direkt abgelesen: $P_y\left(0 \mid -\frac{37}{26} \approx -1,42\right)$

Ansatz für die Nullstelle:

$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{9}{13}x - \frac{37}{26} = 0 \quad | +\frac{37}{26} \\ &\Leftrightarrow \frac{9}{13}x = \frac{37}{26} \quad | : \frac{9}{13} \quad \text{Nebenrechnung: } \frac{37}{26} : \frac{9}{13} = \frac{37 \cdot 13}{26 \cdot 9} = \frac{37 \cdot 1}{2 \cdot 9} = \frac{37}{18} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{37}{18} \Rightarrow P_x\left(\frac{37}{18} \approx 2,06 \mid 0\right) \end{aligned}$$



Vorgehensweise:

Mit den Koordinaten der beiden vorgegebenen Punkte berechnet man den Steigungsfaktor a_1 und trägt ihn in die allgemeine Form der Funktionsgleichung ein. Mit den Koordinaten eines der vorgegebenen Punkte lässt sich die Konstante a_0 berechnen. Die y -Koordinate von P_y lässt sich aus der Funktionsgleichung ablesen. Den Schnittpunkt mit der x -Achse findet man, indem die Funktionsgleichung Null gesetzt und nach x aufgelöst wird. Der so gefundene x -Wert ist die Nullstelle, an der der Graph die x -Achse schneidet. Verbindet man die in der Aufgabenstellung vorgegebenen Punkte im Koordinatensystem miteinander, so erhält man den Graphen der Funktion.