

Lösungen lineare Funktionen Teil XV

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse
	a) Funktionsgleichung: $f(x) = -0,35x + 1,8$
	b) Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.
	c) Nach 4 Wochen sind nur noch 400 g Kaffee vorhanden.
	d) Den Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen .
E2	Ergebnis
	Das Grundgehalt beträgt 2656 €, die Überstundenpauschale 21 €.
E3	Ergebnisse
	a) $f(x) = -7,5x + 340$ Den Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen .
	b) Das Futterlager wurde auf 340 kg aufgefüllt.
	c) Nach etwa 38,7 Tagen ist das Futterlager wieder aufzufüllen.
E4	Ergebnisse
	a) Nach 175 Minuten herrscht Kostengleichheit (19 €).
	b) Der Dienst von HB ist günstig, denn für 25 € kann man 275 Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei HP die 25 € nur für 250 Minuten. Den Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen .
E5	Ergebnisse
	a) Die Investition hat sich nach 2,5 Jahren rentiert. In beiden Fällen belaufen sich die bis dahin angefallenen Kosten auf 62500 €.
	b) Den Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen .
E6	Ergebnisse
	a) Der Funktionsterm: $f(x) = \frac{17}{160}x$
	b) $f(100) = 10,625$ $f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563$ $f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$
	c) Den Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen .
E7	Ergebnisse
	a) Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ x in $^{\circ}\text{F}$ und $f(x)$ in $^{\circ}\text{C}$
	b) Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ gilt: $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ x in $^{\circ}\text{C}$ und $f(x)$ in $^{\circ}\text{F}$
	c) Die Temperatur des Wannenbades entspricht 35°C .
	d) Bei einer Temperatur von 104°F müssten fiebersenkende Maßnahmen ergriffen werden.

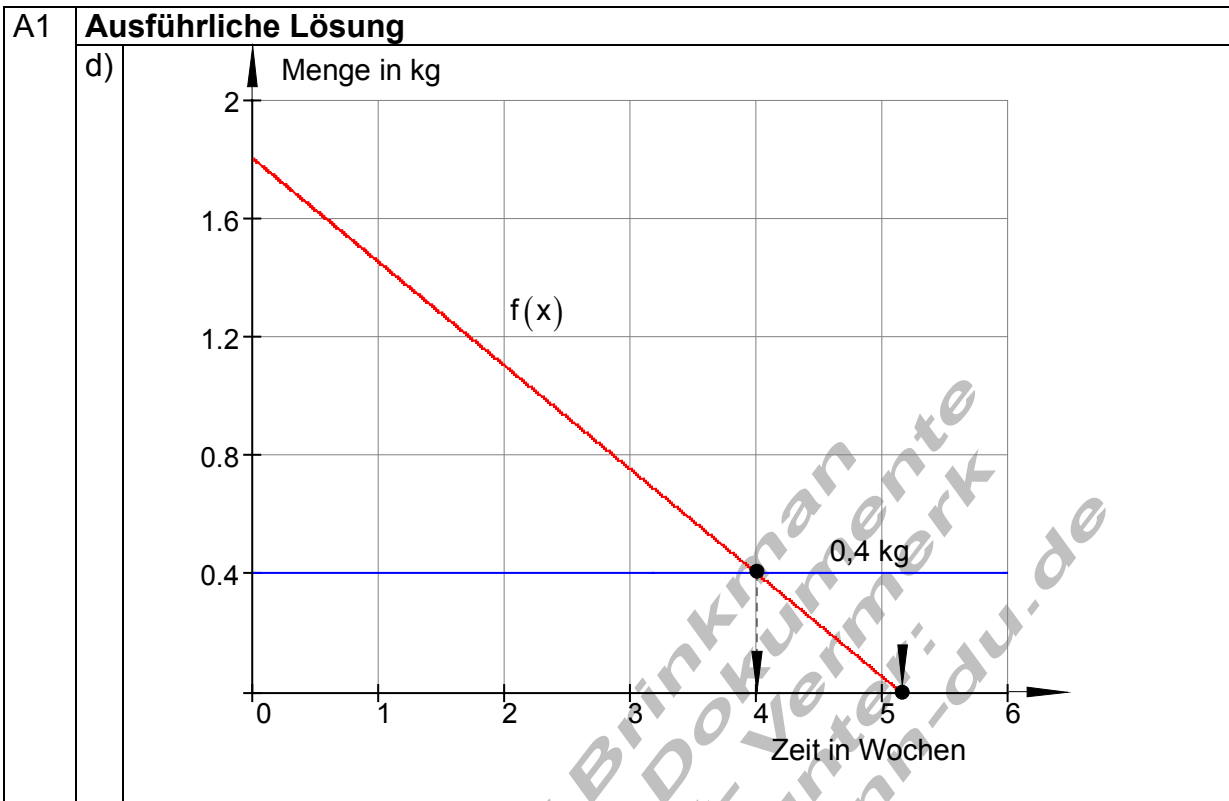
Ausführliche Lösungen:

A1	Aufgabe
	Die Erzieherinnen und Erzieher im Kindergarten „Kunterbunt“ trinken gerne Kaffee der Marke „Brinkmann's Nr. 1“. Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.
	a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
	b) Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
	c) Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
d) Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.	

A1	Ausführliche Lösung
	<p>a) Die Variablen: x bedeutet Wochen $y = f(x)$ bedeutet Menge des Kaffeevorrats in kg. $f(x) = a_1x + a_0$ Allgemeine Form der Geradengleichung. Woche 0: $f(0) = -0,35 \cdot 0 + 1,8 = 1,8$ Woche 1: $f(1) = -0,35 \cdot 1 + 1,8 = 1,45$ Woche 2: $f(2) = -0,35 \cdot 2 + 1,8 = 1,1$ Woche x: $f(x) = -0,35 \cdot x + 1,8$ Funktionsgleichung für die Abnahme des Kaffeevorrats.</p>

A1	Ausführliche Lösung
	<p>b) Kaffeevorrat aufgebraucht bedeutet: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$ Gleichung soll nach x aufgelöst werden $\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$ $\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$ Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.</p>

A1	Ausführliche Lösung
	<p>c) Nur noch 400g Kaffee vorhanden bedeutet: $f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$ $\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$ $\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$ Nach 4 Wochen sind nur noch 400g Kaffee vorhanden.</p>



A2 **Aufgabe**

Tobias und Mario arbeiten als Krankenpfleger in einer Rehabilitationsklinik und beziehen das gleiche Grundgehalt. Zur Zeit müssen beide viel Überstunden leisten. Am Monatsende vergleichen sie ihre Gehaltsabrechnungen. Der Bruttolohn von Tobias beträgt 3559 €, der von Mario 3223 €. Tobias hat im laufenden Monat 43 Überstunden, Mario dagegen nur 27 Überstunden geleistet. Berechnen Sie das Grundgehalt und die Überstundenpauschale.

A2 **Ausführliche Lösung**

Anzahl der Überstunden: x Ausgezahlter Bruttolohn $f(x)$
 Gegeben sind zwei Wertepaare:
 $P_1(43 | 3559)$ und $P_2(27 | 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a_1 = Überstundenpauschale a_0 = Grundgehalt)

$$P_1(43 | 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$

$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \quad | -903$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$

$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

Das Grundgehalt beträgt 2656 €, die Überstundenpauschale 21 €.

A3	Aufgabe
	Zur Versorgung der Futterautomaten im Strichelzoo „Koalabär“ benötigt der Tierpfleger täglich 7,5 kg Tierfutter. Zwölf Tage, nachdem das Futterlager zum letzten mal aufgefüllt wurde, befinden sich dort noch 250 kg.
	a) Stellen Sie eine Funktionsgleichung auf, die diesen Sachverhalt beschreibt und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
	b) Auf welche Menge wurde das Futterlager vor zwölf Tagen aufgefüllt?
	c) Bei einem Lagerbestand von 50 kg wird der Bestand wieder auf die unter b) berechnete Menge aufgestockt. Wann ist das erforderlich?

A3	Ausführliche Lösung
	<p>a) x- Achse: Zeit in Tagen y- Achse: Futterbestand in kg</p> $f(x) = -7,5x + a_0$ $P(12 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$ $\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 +90$ $\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$

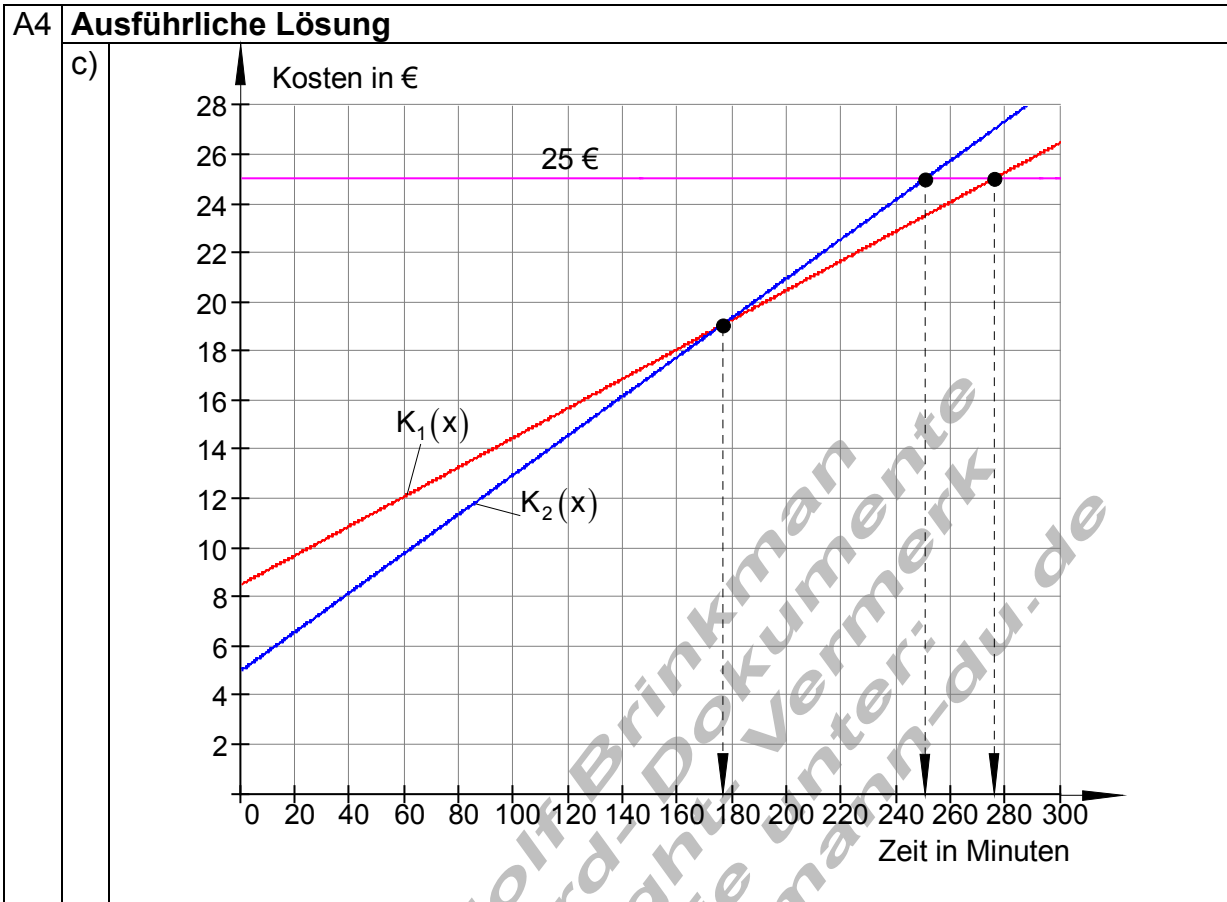
A3	Ausführliche Lösung
	<p>b) Der Auffüllzeitpunkt liegt bei $x = 0$.</p> $\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$ <p>Der Futterbestand wurde vor 12 Tagen auf 340 kg aufgefüllt.</p>

A3	Ausführliche Lösung
c)	$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$ $\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$ $\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$ Nach etwa 38,7 Tagen ist das Futterlager wieder aufzufüllen.

A4	Aufgabe
	Der Telefondienst „Handybillig“ (HB) bietet an: Jede Gesprächsminute kostet 0,06 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 8,50 €. Die Konditionen von „Handypreiswert“ (HP) lauten: Jede Gesprächsminute kostet 0,08 €, bei einer monatlichen Grundgebühr von 5 €. (Fertigen Sie eine Skizze an)
a)	Bei wie viel Minuten sind die Kosten bei beiden gleich?
b)	Ihnen stehen 25 € monatlich zum Telefonieren zur Verfügung (Oma zahlt). Welchen Dienst wählen Sie und wie lange können Sie bei dem gewählten Anbieter telefonieren?
c)	Stellen Sie die Ergebnisse von a) und b) im Koordinatensystem dar.

A4	Ausführliche Lösung
a)	$HB : K_1(x) = 0,06x + 8,5$ $HP : K_2(x) = 0,08x + 5$ Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden. $K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x$ $\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02$ $\Leftrightarrow x = 175$ $K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$ $K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$ Nach 175 Minuten herrscht Kostengleichheit (19 €).

A4	Ausführliche Lösung		
b)	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%; border: none;"> HB : $K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$ $\Leftrightarrow x = 275$ </td> <td style="width: 50%; border: none;"> HP : $K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$ $\Leftrightarrow x = 250$ </td> </tr> </table> Der Dienst von HB ist günstig, denn für 25 € kann man 275 Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei HP die 25 € nur für 250 Minuten.	HB : $K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$ $\Leftrightarrow x = 275$	HP : $K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$ $\Leftrightarrow x = 250$
HB : $K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 \mid -8,5$ $\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 \mid :0,06$ $\Leftrightarrow x = 275$	HP : $K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 25 \mid -5$ $\Leftrightarrow 0,08x = 20 \mid :0,08$ $\Leftrightarrow x = 250$		



A5 Aufgabe

In einem großen Hotel erfolgt die Warmwasserbereitung für Badezimmer elektrisch mittels Durchlauferhitzer. Pro Jahr entstehen 25000 € Kosten für elektrische Energie. Die Umrüstung auf Fernwärme kostet einmalig 50000 €. Die danach anfallenden Energiekosten betragen nur noch 5000 € pro Jahr.

a) In welcher Zeit hat sich die Investition rentiert?
Wie hoch sind die Kosten zu diesem Zeitpunkt?

b) Zeichnen Sie die Graphen.

A5 Ausführliche Lösung

a) x – Achse : Jahre y – Achse : Kosten

Durchlauferhitzer : $f(x) = 25000x$

Fernwärme : $g(x) = 5000x + 50000$

Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 \mid - 5000x$$

$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 \mid : 20000$$

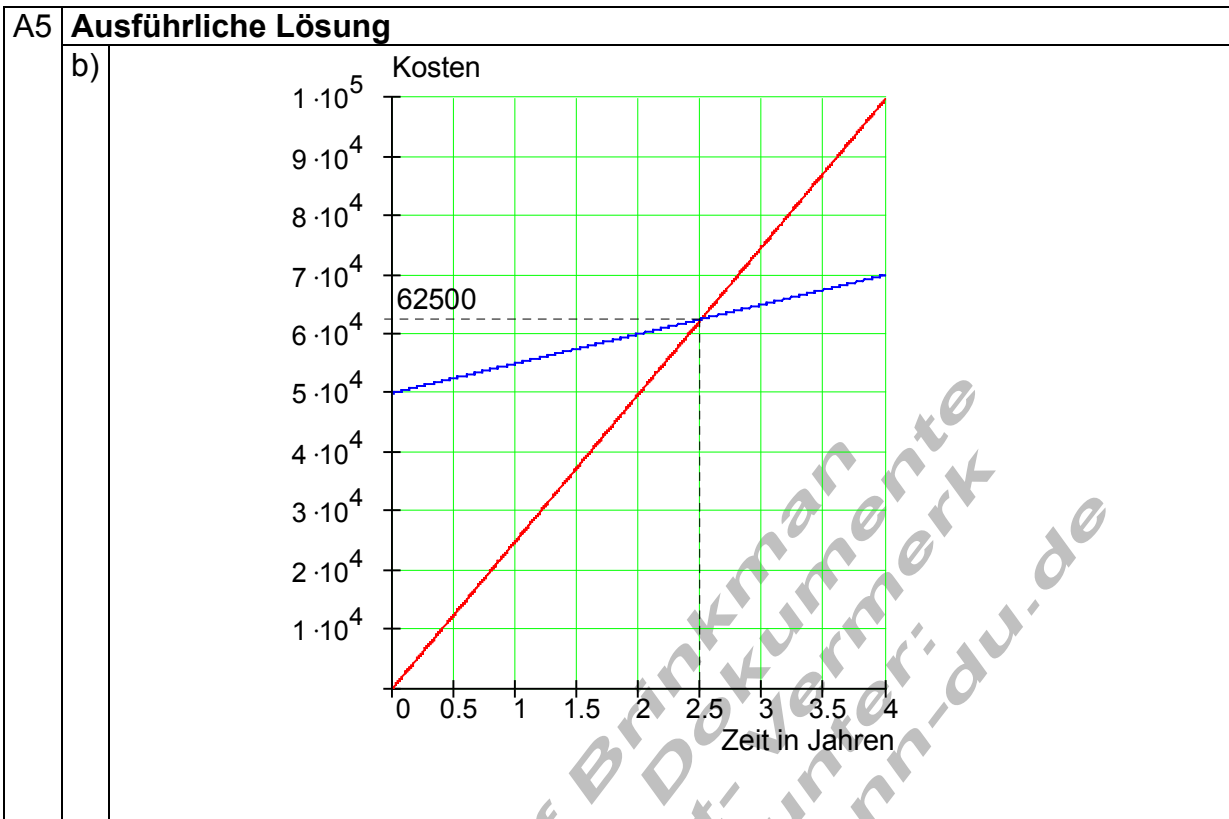
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$

$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$

$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$

Die Investition hat sich nach 2,5 Jahren rentiert.

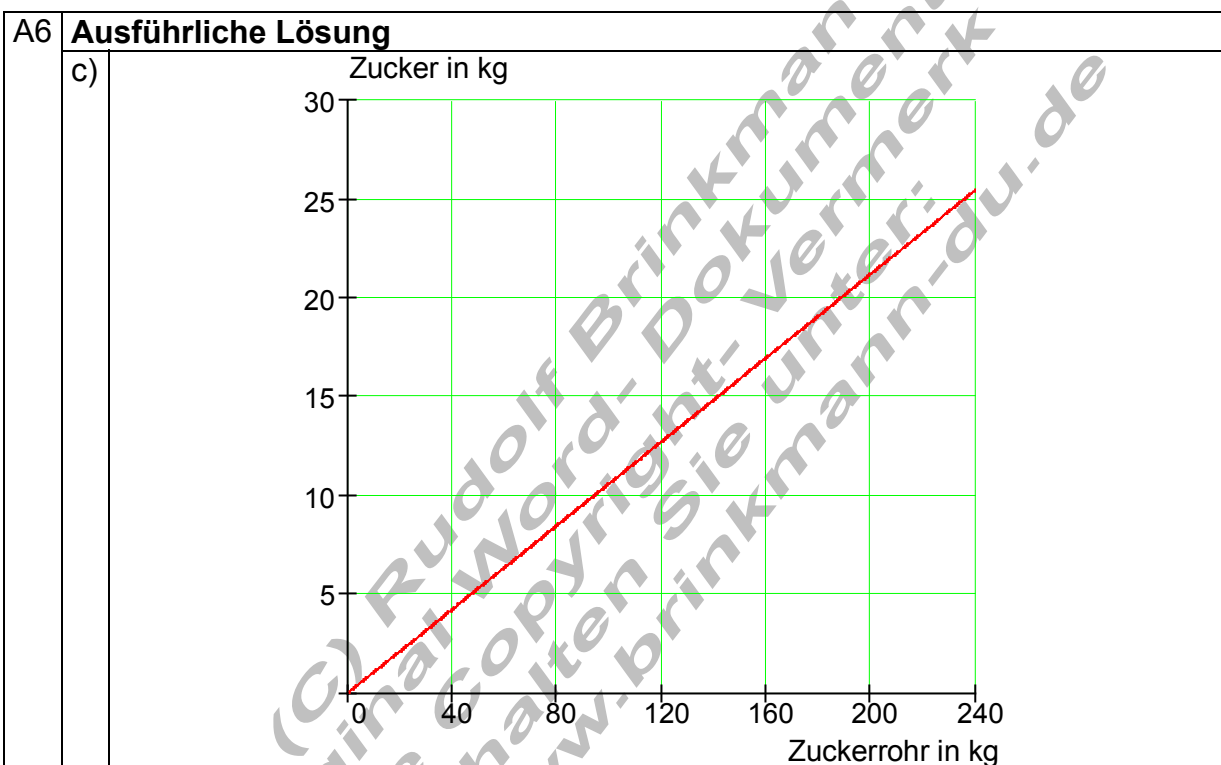
In beiden Fällen belaufen sich die bis dahin angefallenen Kosten auf 62500 €.



A6	<p>Aufgabe</p> <p>Aus 80 kg Zuckerrohr lassen sich 8,5 kg Zucker herstellen. (Ein linearer Zusammenhang zwischen Zuckerrohr und Zucker wird angenommen). Ein Funktionsterm $f(x)$ beschreibt, wie viel kg Zucker man aus x kg Zuckerrohr erhält.</p> <p>a) Bestimmen Sie den Funktionsterm $f(x)$.</p> <p>b) Berechnen Sie: $f(100)$; $f(250)$; $f(x) = 25$</p> <p>c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f(x)$.</p>
----	---

A6	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>a) x – Achse kg Zuckerrohr y – Achse kg Zucker</p> <p>$f(x) = a_1 x + a_0$</p> <p>80 kg Zuckerrohr \rightarrow 8,5 kg Zucker $\Rightarrow P_1(80 8,5)$</p> <p>0 kg Zuckerrohr \rightarrow 0 kg Zucker $\Rightarrow P_2(0 0)$ Ursprungsgerade $\Rightarrow a_0 = 0$</p> <p>Steigung: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160} x$</p>
----	--

A6	Ausführliche Lösung
b)	$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$ $f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$ $f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \mid \cdot \frac{160}{17} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$ <p>Aus 100 kg Zuckerrohr lassen sich 10,625 kg Zucker gewinnen. Aus 250 kg Zuckerrohr lassen sich etwa 26,563 kg Zucker gewinnen. Für 25 kg Zucker benötigt man etwa 235,3 kg Zuckerrohr.</p>



7.	<p>Holger hat gerade sein Medizinstudium mit Erfolg abgeschlossen und beteiligt sich an einem Mediziner Austauschprogramm. Er geht für 1 Jahr in die USA. Aus Washington kommt dafür George nach Deutschland. In Deutschland wird die Temperatur in grad Celsius [$^{\circ}\text{C}$], in Amerika in grad Fahrenheit [$^{\circ}\text{F}$] gemessen. Holger und George wissen aus dem Studium, dass zwischen beiden Temperaturskalen ein linearer Zusammenhang besteht und 0°C einer Temperatur von 32°F, sowie 100°C einer Temperatur von 212°F entspricht. Sie interessieren sich für eine Funktionsgleichung mit der sie Temperaturen schnell in die für sie jeweils vertraute Einheit umrechnen können.</p>
a)	Stellen Sie für Holger eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ erlaubt.
b)	Stellen Sie für George eine Funktionsgleichung auf, die die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ erlaubt.
c)	Die Temperatur in einem Wannenbad beträgt 95°F , wie viel $^{\circ}\text{C}$ wären das?
d)	Bei einer Körpertemperatur von 40°C sollten fiebersenkende Maßnahmen getroffen werden. Welcher Temperatur entspräche das in $^{\circ}\text{F}$?

A7	Ausführliche Lösung
a)	<p>x – Achse : $^{\circ}\text{F}$ y – Achse : $^{\circ}\text{C}$</p> <p>$f(x) = a_1x + a_0$ $P_1(32 0)$ $P_2(212 100)$</p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100 - 0}{212 - 32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$ <p>$P_1(32 0) : f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9} \cdot 32 + a_0 = 0$</p> $\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \quad - \frac{160}{9}$ $\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x - 32)$ <p>Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$ gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$</p> <p><u><u>x in $^{\circ}\text{F}$ und f(x) in $^{\circ}\text{C}$</u></u></p>

A7	Ausführliche Lösung
b)	<p>x – Achse : $^{\circ}\text{C}$ y – Achse : $^{\circ}\text{F}$</p> <p>$f(x) = a_1x + a_0$ $P_1(0 32)$ $P_2(100 212)$</p> $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$ <p>$P_1(0 32) : f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$</p> $\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ <p>Für die Umrechnung von $^{\circ}\text{C}$ in $^{\circ}\text{F}$ gilt: $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$</p> <p><u><u>x in $^{\circ}\text{C}$ und f(x) in $^{\circ}\text{F}$</u></u></p>

A7	Ausführliche Lösung
c)	<p>$95^{\circ}\text{F} = ?^{\circ}\text{C}$ $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32) \Rightarrow f(95) = \frac{5}{9}(95 - 32) = \frac{5}{9} \cdot 63 = \underline{\underline{35^{\circ}\text{C}}}$</p> <p>Die Temperatur des Wannenbades entspricht 35°C.</p>

A7	Ausführliche Lösung
d)	<p>$40^{\circ}\text{C} = ?^{\circ}\text{F}$ $f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow f(40) = \frac{9}{5} \cdot 40 + 32 = \underline{\underline{104^{\circ}\text{F}}}$</p> <p>Bei einer Temperatur von 104°F müssten fiebersenkende Maßnahmen ergriffen werden.</p>